

Über die Messung der Einkommens-Konzentration

Eine statistische Studie mit besonderer Berücksichtigung
der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Bewerbung um die Würde eines Doktors der Staats-
wissenschaften der philosophisch-historischen Fakultät

der

UNIVERSITÄT BASEL

vorgelegt von

Ernesto Pietro Billeter

aus Basel



ZÜRICH 1949

Dissertationsdruckerei Leemann AG.

Über die Messung der Einkommens-Konzentration

Eine statistische Studie mit besonderer Berücksichtigung
der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Bewerbung um die Würde eines Doktors der Staats-
wissenschaften der philosophisch-historischen Fakultät

der

UNIVERSITÄT BASEL

vorgelegt von

Ernesto Pietro Billeter

aus Basel



ZÜRICH 1949

Dissertationsdruckerei Leemann AG.

Genehmigt von der Philosophisch-Historischen Fakultät auf
Antrag der Herren Professoren

Dr. L. V. Furlan und Dr. E. Salin.

Basel, den 20. Dezember 1946.

sign. Hch. Barth,
Dekan.



Diese Arbeit erscheint unter dem gleichen Titel in den Staats-
wissenschaftlichen Studien, Neue Folge, Bd. 2 (herausgegeben
von L. V. Furlan und Edgar Salin), A. Francke AG. Verlag, Bern.

Vorwort

Die statistischen Methoden, die von dem italienischen Forscher *Corrado Gini* in die Methodologie eingeführt worden sind (z. B. neuartige Mittelwerte, die mittlere Differenz, die Konzentrationsmaße, die Transvariationskonstanten, die Konkordanz-, die Kograduations- und die Kontrograduationsmaße, die Abhängigkeitskoeffizienten usw.) stellen originelle und auch für die Praxis wichtige Beiträge der Wissenschaft dar. Unter diesen Methoden findet sich eine, die es ermöglicht, die Verschiedenheiten in der Einkommensverteilung zahlenmäßig festzulegen.

Es dürfte nun von besonderem Interesse sein, diese Maßzahl heranzuziehen, um die Verteilung der Einkommen im Kanton Basel-Stadt zahlenmäßig zu kennzeichnen. Dies um so mehr, als sich hier die Möglichkeit bietet, den Beobachtungszeitraum über rund ein halbes Jahrhundert zu erstrecken (1888—1942). Daraus ergibt sich die Möglichkeit, den langfristigen Veränderungen in der Verteilung der Einkommen nachzugehen, und die Verschiebungen in der Einkommensverteilung über eine derart weitgestreckte Zeitspanne zu verfolgen.

Für die freundliche Unterstützung und die wertvollen Hinweise und Ratschläge, die mir bei der Ausarbeitung dieser Studie von besonderem Nutzen waren, möchte ich an dieser Stelle Herrn Professor *L. V. Furlan* meinen aufrichtigsten Dank aussprechen.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einleitung	7
Kapitel 1	
Der Ginische Konzentrationsindex	11
Kapitel 2	
Die Einkommensverteilungen im Kanton Basel-Stadt in den Jahren 1888 bis 1942	57
Anhang 1	
Theoretische und empirische Zensitenzahlen bei stei- genden und fallenden Klassenkonzentrationsindizes .	119
Anhang 2	
Berechnung der Konkordanz zwischen den Konzentra- tionsindizes und der Einkommenssumme (alte Klassen- einteilung) auf Grund des Kograduationskoeffizienten	122
Anhang 3	
Das Konzentrationsverhältnis	124
Anhang 4	
Trendberechnung	131
Literatur- und Quellenverzeichnis	133

Einleitung

Bei statistischen Reihen nimmt mit zunehmender Gliederzahl die Übersichtlichkeit ab. Verursacht wird diese zunehmende Unübersichtlichkeit vor allem dadurch, daß es uns nicht gelingt, eine gesamthafte Vorstellung von der Größe der einzelnen Reihenglieder zu gewinnen. Nur wenige statistische Reihen werden so beschaffen sein, daß sie uns eine gesamthafte Vorstellung ihrer Glieder vermitteln können. Diese Schwierigkeit versuchen wir dadurch zu umgehen, daß wir die einzelnen Glieder der Zahlenreihe durch einen oder mehrere Zahlenwerte oder Parameter kennzeichnen. Die ganze Reihe ist dann gleichsam in den Parametern zusammengedrängt oder kondensiert.

Statistischen Reihen, denen unser Vorstellungsvermögen ihrer geringen Übersichtlichkeit wegen nicht gewachsen ist, wird also nur mit rechnerischen Mitteln beizukommen sein. Welcher Art diese Mittel sind, sei an einem Beispiel gezeigt.

Zwei Kollektive oder Gesamtheiten, von denen das erste 650 Arbeiterfamilien und das zweite 581 Angestellten- und Beamtenfamilien umfaßt, sind nach dem quantitativen Merkmal der Kinderzahl aufgeteilt (Tabelle 1) [2] ¹⁾.

Tabelle 1.

Kinder- zahl	1. Kollektiv*)		2. Kollektiv*)	
	Zahl der Familien	Zahl der Kinder	Zahl der Familien	Zahl der Kinder
1	220	220	249	249
2	245	490	219	438
3	103	309	79	237
4	43	172	23	92
5	24	120	7	35
6	10	60	4	24
7	3	21	0	0
8	0	0	0	0
9	2	18	0	0
insgesamt	650	1410	581	1075

*) Das erste Kollektiv umfaßt die 650 Arbeiterfamilien, das zweite Kollektiv die 581 Angestellten- und Beamtenfamilien.

¹⁾ Diese eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf das am Ende der Arbeit zusammengestellte Literaturverzeichnis.

Wie, so fragen wir uns, können diese beiden Gesamtheiten durch einige wenige Zahlen derart gekennzeichnet werden, daß sie auf Grund dieser Kennzahlen miteinander vergleichbar sind? Wir werden als erste Annäherung angeben können, durch welche Kinderzahlen jedes der beiden Kollektive umschlossen wird. Beim ersten Kollektiv finden wir so die Kinderzahlen 1 und 9, beim zweiten Kollektiv die Kinderzahlen 1 und 6. Die Variationsbreite der Elemente des Kollektivs beträgt dann bei der ersten Gesamtheit 8 und bei der zweiten 5 Kinder. Die Extremalwerte 1 und 9 beim ersten Kollektiv und 1 und 6 beim zweiten Kollektiv können wir zu einem einzigen Wert verschmelzen. Wir erhalten dann als das arithmetische Mittel aus den Extremalwerten im ersteren Falle die Zahl 5 und im letzteren Falle die Zahl 3,5²⁾. Nun fragen wir uns weiter, ob innerhalb der Variationsbreite eine bestimmte Modalität des Merkmals (eine bestimmte Kinderzahl) besonders hervortritt. Als eine solche ausgezeichnete Kinderzahl dürfen wir jene ansehen, auf welche die größte Zahl der Familien entfällt. Bei der ersten Gesamtheit erhalten wir so die Kinderzahl 2, bei der zweiten aber die Kinderzahl 1.

Brauchbarer als das arithmetische Mittel aus den Extremalwerten ist das üblicherweise berechnete arithmetische Mittel aus allen Werten. Wir erhalten dann die mittlere Kinderzahl je Familie. Dieser Mittelwert beträgt beim ersten Kollektiv 2,17 und beim zweiten Kollektiv 1,85. In analoger Weise könnten wir einen anderen in der statistischen Theorie verwendeten Mittelwert (geometrisches, harmonisches, quadratisches Mittel, Medianwert etc.) berechnen.

Durch einen Mittelwert allein wird eine Reihe noch nicht genügend gekennzeichnet. Es ist noch eine Aussage über die Gruppierung der einzelnen Merkmalwerte um den Mittelwert notwendig, d. h. das Ausmaß der Streuung ist noch anzugeben. Als Streuungsmaße dienen bekanntlich vor allem der halbe Quartilabstand, die durchschnittliche Abweichung und die mittlere qua-

²⁾ Diese Mittelwerte aus den Extremalwerten haben sich in der Statistik als Parameter statistischer Reihen nicht durchzusetzen vermocht. Nur bei bestimmten Reihen werden sie als kennzeichnende Zahlenwerte angewendet, so z. B. zur Bestimmung der mittleren Tagestemperatur („En fait on prend pour la température moyenne d'une journée la moyenne du maximum et du minimum“ [3], S. 14).

dratische Abweichung. Die Ergebnisse seien für unser Beispiel kurz zusammengestellt:

	1. Kollektiv	2. Kollektiv
Variationsbreite	8	5
Dichtester Wert	2	1
Extremalwerte	1 und 9	1 und 6
Arithmetisches Mittel aus den Extremalwerten	5	3,5
Arithmetisches Mittel	2,17	1,85
Halber Quartilabstand	1,24	1,13
Durchschnittliche Abweichung	0,92	0,73
Mittlere quadratische Abweichung	1,26	0,96

Durch diese Werte sind die beiden Kollektive in üblicher Weise gekennzeichnet, denn Mittelwerte und Streuungsmaße sind die wichtigsten statistischen Parameter. Sind nun durch diese Parameter die beiden Kollektive genügend bestimmt? Zweifelsohne gibt es zahlreiche Kollektive, deren Merkmalsverteilung beispielsweise durch das arithmetische Mittel und die mittlere quadratische Abweichung in hinreichender Weise gekennzeichnet ist. Vielfach wird es aber auch vorkommen, daß sich die Heranziehung weiterer Parameter als notwendig erweist, und zu den Fällen der letzteren Art gehört offenbar das von uns herangezogene Beispiel. In unserem Falle erscheint neben der Kenntnis der Mittelwerte und Streuungsmaße auch die Bestimmung eines Parameters von Interesse, durch welchen das Maß der Häufung oder Konzentration gekennzeichnet wird. Es sei an Hand des Beispiels (Tabelle 1) kurz erklärt, was unter dem Ausdruck der Häufung zu verstehen ist.

Das erste Kollektiv umfaßt 650 Familien mit insgesamt 1410 Kindern. Wir stellen uns die Frage, auf wieviele Familien rund die Hälfte, d. h. 50 % der gesamten Kinderzahl entfällt. Denken wir uns die Familien nach abnehmender Kinderzahl geordnet, und fangen wir mit der Zählung bei den kinderreichsten an, so entsprechen diesen 50 % aller Kinder die 185 kinderreichsten Familien oder rund 29 % aller Familien. Welches sind die entsprechenden Werte bei der zweiten Gesamtheit, bestehend aus 581 Familien mit insgesamt 1075 Kindern? Hier entfallen 50 % aller Kinder auf die 188 kinderreichsten Familien, d. h. auf rund 32 % aller Familien. Stellt man sich in gleicher Weise die Frage, auf wieviele Familien unter den kinderreichsten Familien ein Viertel (oder 25 %) aller Kinder entfällt, so findet man, daß diesem Kinderanteil im ersten Kollektiv rund 11 % aller Familien

und in der zweiten Gesamtheit rund 12 % aller Familien entsprechen. Die beiden Prozentsätze im ersten Kollektiv weichen nicht sehr von den entsprechenden Prozentsätzen im zweiten Kollektiv ab. Wir schließen daraus, daß die Häufung der Elemente bezüglich des Merkmals (Kinderzahl) in beiden Gesamtheiten annähernd gleich ist.

Eine Gegenüberstellung, wie sie soeben versucht wurde, führt uns zu Parametern, welche als Maß der Häufung oder Konzentration bezeichnet werden können. Es ist das Verdienst *Corrado Gini*, eine solche Maßzahl, den Konzentrationsindex, im Jahre 1901 [1] in die statistische Methodologie eingeführt zu haben. Im folgenden Kapitel werden wir uns nun eingehender mit diesem statistischen Parameter befassen.

Ebenso wie es Kollektive gibt, bei denen die Berechnung von Mittelwerten und Streuungsmaßen nicht alles Wesentliche über die Verteilung der Elemente in bezug auf ein Merkmal aussagt, so gibt es auch Verteilungen, bei welchen die Berechnung von Konzentrationsmaßen mehr oder weniger überflüssig wird, weil diese statistischen Parameter in dem speziellen Fall unser Wissen nicht wesentlich bereichern werden. Trotzdem besteht eine große Zahl von Verteilungen, bei welchen uns die Konzentrationsmaße wertvolle Einblicke in die Struktur dieser Verteilungen gestatten.

KAPITEL 1

Der Ginische Konzentrationsindex

1.

Es dürfte sich empfehlen, Sinn und Bedeutung des *Ginischen* Konzentrationsindex zunächst an Hand eines einfachen Beispiels darzustellen. Zu diesem Zwecke gehen wir von der Aufgabe aus, die Konzentration der Verteilung der Einkommen im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 [11] ¹⁾ zu bestimmen.

Während eines gegebenen Jahres gelangt eine bestimmte Einkommenssumme ²⁾ an eine bestimmte Zahl von Einkommensbezüglern zur Verteilung. Diese Einkommensbezüglern stellen ein Kollektiv dar. Die einzelnen Elemente dieses Kollektivs, d. h. die einzelnen Einkommensbezüglern, sind durch ein bestimmtes quantitatives Merkmal gekennzeichnet, nämlich durch die Höhe ihres Einkommens. Es wird nun unter diesen Einkommensbezüglern solche geben, die alle ein gleich hohes Einkommen beziehen. Diese durch die Gleichheit des Einkommens gekennzeichneten Einkommensbezüglern können wir zu einer Klasse zusammenfassen. Wir erhalten dann eine Anzahl Klassen, von jener, welche die Einkommensbezüglern mit den geringsten Einkommen umfaßt, bis zu jener, die aus den Einkommensbezüglern mit den höchsten Einkommen zusammengesetzt ist.

Eine solche Aufteilung ist aber mit einem Nachteil behaftet; die Klassenzahl ist zu groß und die Klassenhäufigkeiten bei den höheren und höchsten Einkommen sind zu gering. Wir werden daher eine Anzahl Klassen zu einer neuen, umfangreicheren Klasse zusammenfassen. Es entsteht dadurch eine Verteilung, wie sie beispielsweise Tabelle 2 zeigt ³⁾.

¹⁾ Jahrgang 1926.

²⁾ Mit dem Ausdruck Einkommenssumme bezeichnen wir die Summe aller Einzeleinkommen, die innerhalb örtlicher Grenzen während einer bestimmten Zeitspanne (z. B. während eines Jahres) einer bestimmten (nicht unbedingt konstanten) Anzahl Individuen (Einkommensbezüglern) zufließt.

³⁾ Im Statistischen Jahrbuch des Kantons Basel-Stadt findet sich auch eine ausführlichere Klassenaufteilung, bestehend aus 29 Klassen.

Tabelle 2. Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925.

Einkommensklassen (1000 Fr.)	Einkommens- bezüger	Einkommen (1000 Fr.)
bis 4	27 335	79 191
4—6	13 871	68 309
6—10	6 893	51 189
10—20	2 713	36 872
20—50	1 184	35 418
50—100	290	19 831
über 100	174	36 150
insgesamt	52 460	326 960

In dieser Tabelle ist das aus den 52 460 Einkommensbezügern des Jahres 1925 im Kanton Basel-Stadt bestehende Kollektiv nach dem quantitativen Merkmal der Einkommenshöhe aufgeteilt. Die einzelnen Klassengrenzen des Merkmals sind im Vordruck der Tabelle eingetragen. Das Klassenintervall in der ersten Klasse läßt sich nicht genau feststellen, denn die Größe des geringsten Einkommens ist nicht bekannt. Die gleiche Unbestimmtheit treffen wir in jener Klasse, welche die Einkommensbezüger mit den höchsten Einkommen vereinigt. Hier ist uns die Größe des höchsten Einkommens unbekannt. Die übrigen Klassen sind durch zahlenmäßig bestimmte Klassengrenzen ausgezeichnet. Das Klassenintervall wird jedoch mit steigender Klassenordnung⁴⁾ größer; in der zweiten Klasse beträgt es 2000 Franken, in der dritten Klasse 4000 Franken, in der vierten Klasse 10 000 Franken, in der fünften Klasse 30 000 Franken und in der vorletzten Klasse 50 000 Franken.

Die Zahl der Einkommensbezüger je Klasse ist in der ersten Spalte zu finden. Am größten ist sie bei der untersten Klasse (Klasse der Einkommensbezüger mit den geringsten Einkommen), und sie nimmt ab bis zur letzten Einkommensklasse. Den zu je einer Klasse zusammengefaßten Einkommensbezügern entspricht ein bestimmtes Gesamteinkommen. Diese Gesamteinkommen finden wir in der zweiten Spalte der Tabelle. Sie nehmen von der untersten Klasse an bis zur vorletzten ab.

⁴⁾ Als Klassenordnung verstehen wir die Ordnungszahl einer jeden Klasse. Diese Zahl bezeichnet die Stelle, die eine jede Klasse innerhalb der Gesamtheit der Klassen einnimmt. So entspricht beispielsweise der Klasse „bis 4000 Franken“ die Ordnungszahl 1, der Klasse „4000—6000 Franken“ die Ordnungszahl 2 usw.

Aus den Werten in dieser Tabelle können wir einige statistische Parameter bestimmen, wie beispielsweise das Medianeinkommen⁵⁾ mit 3838 Franken, das durchschnittliche Einkommen (arithmetisches Mittel aus den Einzeleinkommen) mit 6232 Franken, das Zentraleinkommen⁵⁾ mit 7249 Franken und die durchschnittliche Abweichung vom durchschnittlichen Einkommen mit 4167 Franken⁶⁾. Interessanter aber und besser geeignet, uns einen Einblick in die Struktur der statistischen Gesamtheit zu gewähren, ist die Beantwortung der Frage nach der Häufung oder Konzentration der Einkommen.

Zu diesem Zwecke fragen wir uns zunächst, wievielen Einkommensbezügern oder Zensiten ein Einkommen zufließt, das größer ist als 100 000 Franken, als 50 000 Franken, als 20 000 Franken usw., und wie groß das diesen Zensiten entsprechende Einkommen ist. Wir bilden also die Summenreihe der Zensiten und die der Einkommen (Tabelle 3).

Tabelle 3. Summenreihen der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925.

Einkommen (1000 Fr.)	Einkommens- bezüger	Einkommen (1000 Fr.)
über 0	52 460	326 960
„ 4	25 125	247 769
„ 6	11 254	179 460
„ 10	4 361	128 271
„ 20	1 648	91 399
„ 50	464	55 981
„ 100	174	36 150

⁵⁾ Es ist zu unterscheiden zwischen dem Median- und dem Zentraleinkommen. Das Medianeinkommen entspricht dem Einkommen jenes Zensiten, der die Gesamtzahl der nach der Einkommenshöhe geordneten Zensiten (52 460) halbiert. Die Höhe des Zentraleinkommens aber wird durch Ermittlung des Einkommens jenes Zensiten bestimmt, der die Gesamtzahl der nach der Höhe ihres Einkommens geordneten Zensiten (52 460) derart in zwei Teile aufspaltet, daß das Gesamteinkommen der Zensiten in einem jeden der beiden Teile gleich der Hälfte der Einkommenssumme, d. h. gleich der Hälfte von 326,96 Millionen Franken ist.

⁶⁾ Diese statistischen Parameter wurden auch für die ausführlichere Klassenaufteilung (29 Klassen) bestimmt. Die Rechnung ergab folgende Werte:

Medianeinkommen	3 903 Fr.
Mittleres Einkommen	6 232 „
Zentraleinkommen	6 854 „
Durchschnittliche Abweichung	4 216 „

Der dabei sich ergebenden Tabelle entnehmen wir, daß der Gesamtheit der Zensiten (52 460) ein Gesamteinkommen von 326 960 000 Franken entspricht. Weiter sehen wir (Zeile 3 dieser Tabelle), daß 179 460 000 Franken, d.h. rund 50 % der Einkommenssumme auf 11 254 Zensiten mit den höchsten Einkommen oder rund 21 % der gesamten Zensitenzahl entfallen. Führen wir diese Gegenüberstellung folgerichtig weiter, so werden wir zu Tabelle 4 geführt.

Tabelle 4. Zensiten- und Einkommensverhältnisse der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925.

Einkommen (1000 Fr.)	$V_z^*)$	$V_e^{**})$	δ_i
über 0	1,00000	1,00000	—
„ 4	0,47229	0,75780	2,65
„ 6	0,21453	0,54888	2,57
„ 10	0,08313	0,39232	2,66
„ 20	0,03141	0,27955	2,72
„ 50	0,00884	0,17122	2,68
„ 100	0,00332	0,11057	2,59

*) Verhältnis der aufaddierten Anzahl der Einkommensbezüger zur Gesamtzahl der Zensiten.

**) Verhältnis der aufsummierten Einkommen zur Einkommenssumme.

In der ersten Spalte dieser Tabelle sind die Verhältnisse aus den einzelnen Zahlen in der entsprechenden Spalte der vorhergehenden Tabelle zur Gesamtzahl der Zensiten und in der zweiten Spalte der Tabelle 4 die entsprechenden Verhältnisse aus den einzelnen Einkommen in der entsprechenden Spalte der vorhergehenden Tabelle zur Einkommenssumme eingetragen. Aus Tabelle 4 ist ersichtlich, daß etwa ein Neuntel aller Einkommen (letzte Zeile) auf rund 3 Promille der Zensiten, oder daß 75 % aller Einkommen (Zeile 2) auf 47 % der Zensitengesamtzahl entfallen.

Die Häufung oder Konzentration der Elemente des Kollektivs (Einkommensbezüger) in bezug auf die Größe des Merkmals (Einkommenshöhe) wird offensichtlich zunehmen, wenn die Zahlen in der ersten Spalte der Tabelle 4 kleiner und die in der zweiten Spalte dieser Tabelle größer werden. Der Vergleich eines jeden Zahlenwertes in der zweiten Spalte mit dem entsprechenden Wert in der ersten Spalte wird uns deshalb über das Ausmaß der Häufung oder Konzentration Aufschluß geben. Es besteht nun das

Problem, diese Zahlenpaare durch je eine Zahl zu verketteten. Gelingt es uns, solche Zahlen zu finden, welche für die Verhältnisse aus den beiden Werten dieser Zahlenpaare charakteristisch sind, so ist damit ein Konzentrationsmaß gefunden. Zur Bestimmung dieses Zahlenwertes gehen wir nun in folgender Weise vor.

Wir bestimmen, wie oft ein jeder Zahlenwert in der zweiten Spalte der Tabelle 4 mit sich selber zu multiplizieren ist, um den entsprechenden Wert in der ersten Spalte zu erhalten, d. h. wir bestimmen die Exponenten, mit welchen ein jeder der Zahlenwerte in der zweiten Spalte zu versehen ist, damit zwischen den potenzierten Zahlen und den entsprechenden Zahlen in der ersten Spalte Wertgleichheit erzielt wird. So berechnet sich beispielsweise die Zahl 2,65 (Spalte 3, Zeile 2 der Tabelle 4) aus der Beziehung $0,75780^\delta = 0,47229$, wobei sich für den zunächst unbekannten Exponenten δ eben dieser Wert (2,65) ergibt. Diese Exponenten sind in der dritten Spalte der Tabelle 4 eingetragen; sie mögen mit $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_6$ bezeichnet sein. Diese Zahlen, die wir Klassenkonzentrationsindizes nennen wollen, sind in unserem Falle alle — von geringen Abweichungen abgesehen — gleich dem Werte 2,7. Diesen Wert bezeichnet *Gini* als Konzentrationsindex der Verteilung.

2.

Auf Grund der ausführlichen Tabelle der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925, nach welcher sich das Kollektiv auf 29 Klassen verteilt, können wir die einzelnen Klassen anders zusammenfassen als es in der Tabelle 2 geschehen

Tabelle 5. Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925.

Einkommensklassen (1000 Fr.)	Einkommens- bezüger	Einkommen (1000 Fr.)
bis 5	35 749	117 352
5—14	14 034	101 111
14—20	1 029	17 098
20—30	699	16 989
30—50	485	18 429
50—70	179	10 500
über 70	285	45 481
insgesamt	52 460	326 960

ist. So lassen sich diese Klassen beispielsweise nach der in der vorstehenden Tabelle 5 dargestellten Art verbinden. Hier beginnt die offene Klasse, welche die hohen und höchsten Einkommen umfaßt, mit der Zahl 70 (Zeile 7), während in Tabelle 2 der Klasse gleicher Ordnung die untere Grenze 100 zugehörte.

Für die in Tabelle 5 wiedergegebene Klassenaufteilung wurde nun ebenfalls der Konzentrationsindex nach dem in den Tabellen 3 und 4 gezeigten Rechnungsgang bestimmt⁷⁾. Die Ergebnisse finden wir in Tabelle 6 (Spalte 1) zusammengestellt, wobei vergleichsweise in dieser Tabelle die Klassenkonzentrationsindizes aus der Tabelle 4 mitangeführt sind.

⁷⁾ Für diese Aufteilung seien ebenfalls die gebräuchlichsten Mittelwerte und Streuungen mitgeteilt. Die Ergebnisse sind:

	nach Tabelle 5	nach Tabelle 2
Medianeinkommen	3 670 Fr.	3 838 Fr.
Mittleres Einkommen	6 232 „	6 232 „
Zentraleinkommen	9 100 „	7 249 „
Durchschnittliche Abweichung	4 020 „	4 167 „

Der Wert des Zentraleinkommens nach Tabelle 5 (9 100 Franken) erscheint — verglichen mit dem entsprechenden Wert nach Tabelle 2 (7 249 Fr.) — hoch.

Aus der Definition des Zentraleinkommens (Anmerkung 5, S. 13) geht hervor, daß der Wert des Zentraleinkommens durch die Größe des Konzentrationsindex bereits bestimmt ist. Dieses müßte deshalb — wegen der zahlenmäßigen Gleichheit der Konzentrationsindizes (2,7) in beiden Verteilungen (Tabelle 2 und Tabelle 5) — für beide Kollektive gleich hoch sein.

Die Überwertung des Zentraleinkommens nach Tabelle 5 ist darauf zurückzuführen, daß der Wert des Zentraleinkommens durch die lineare Interpolation — die Zentraleinkommen 9 100 Franken und 7 249 Franken wurden durch lineare Interpolation ermittelt — bei dem großen Klassenintervall (9 000 Franken) ungenau wird. Um einen genaueren Wert des Zentraleinkommens zu erhalten, wurde dessen Lage innerhalb des Klassenintervalls an Hand der *Paretoschen* und der *Ginischen* Beziehung (vergleiche die Ausführungen in Abschnitt 8) durch Elimination der Zensitenzahl bestimmt. Auf Grund dieser Formeln wurde das Zentraleinkommen nach Tabelle 5 zu rund 7 880 Franken bestimmt. Dieser genauere Wert ist also um 1 220 Franken geringer als der linear interpolierte Wert. Der Unterschied zwischen beiden Zentraleinkommen (nach Tabelle 2 und nach Tabelle 5) beträgt jetzt nur noch 631 Franken gegenüber 1 851 Franken beim linear interpolierten Wert des Zentraleinkommens nach Tabelle 5.

Tabelle 6. Konzentrationsindizes der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925.

nach Tabelle 5	nach Tabelle 4
2,57	2,65
2,70	2,57
2,72	2,66
2,71	2,72
2,68	2,68
2,65	2,59

Die einzelnen Werte in Spalte 2 der Tabelle 6 lassen sich, wie wir schon gesehen haben, durch das arithmetische Mittel 2,7 darstellen. Für die in Spalte 1 dieser Tabelle angeführten Klassenkonzentrationsindizes resultiert als arithmetisches Mittel aus den Klassenkonzentrationsindizes ebenfalls der Wert 2,7 (aufgerundet). Daraus erkennen wir, daß trotz der andersgearteten Klassenaufteilung beide Konzentrationsmaße (mittlere Klassenkonzentrationsindizes) einander gleich sind. Ein Vergleich der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes in den beiden Spalten der Tabelle 6 zeigt auch, daß für dieses Beispiel eine Änderung der Klassengrenzen und der Klassenintervalle keinen nennenswerten Einfluß auf die Größe des Konzentrationsindex auszuüben vermag. Auch weitere Veränderungen in der Zusammenfassung der Klassen — welcher Art sie auch sein mögen — hätten den Konzentrationsindex in unserem Beispiel nicht wesentlich zu verändern vermocht. Es rechtfertigt sich deshalb die Behauptung, daß die Konzentration oder Häufung bei der als Beispiel herangezogenen Einkommensverteilung durch den soeben bestimmten Konzentrationsindex zahlenmäßig festgehalten werden kann. Durch dieses Konzentrationsmaß ist daher die Häufung eindeutig bestimmt.

3.

Wir wollen nun dieses Konzentrationsmaß auch für ein andersgeartetes Kollektiv berechnen. Die Gesamtzahl der im Jahre 1939 in der Schweiz gezählten Gewerbebetriebe, d. h. 244 429 Gewerbebetriebe, sei nach dem Merkmal der Anzahl der in je einem Gewerbebetriebe beschäftigten Personen aufgeteilt [7] (Tabelle 7).

Tabelle 7. Gewerbebetriebe in der Schweiz im Jahre 1939.

Betriebe mit	Anzahl der Betriebe	Anzahl der Beschäftigten
1 Person	87 343	87 343
2—3 Personen	97 583	230 511
4—5 „	27 410	119 223
6—10 „	16 310	120 272
11—20 „	7 757	112 026
21—50 „	5 044	156 780
51—100 „	1 721	118 742
101—200 „	769	105 817
über 200 „	492	234 705
insgesamt	244 429	1 285 419

Im Vordruck dieser Tabelle sind die einzelnen Klassen angeführt, nach welchen die Gewerbebetriebe aufgeteilt sind. In der ersten Spalte finden wir die Anzahl der Gewerbebetriebe je Klasse und in der zweiten Spalte die Zahl der in diesen Betrieben beschäftigten Personen.

Zur Bestimmung des Konzentrationsindex gehen wir in gleicher Weise vor wie bei der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 (Tabellen 3 und 4). Die Summenreihen dieses neuen Kollektivs finden wir in der Tabelle 8. Wir entnehmen diesen beiden Summenreihen, daß rund 50 % der Gesamtzahl der in Gewerbebetrieben Beschäftigten (1 285 419), d. h. 616 044 Beschäftigte (Zeile 6 der zweiten Spalte), auf die 8 026 größten Betriebe, d. h. auf rund 3 % aller Gewerbebetriebe entfallen. Allein aus diesen beiden Prozentsätzen können wir schließen, daß die Konzentration oder Häufung der Elemente dieses Kollektivs (Betriebe) in bezug auf das Merkmal (Anzahl der beschäftigten Personen) groß ist.

Tabelle 8. Summenreihen der Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz für das Jahr 1939.

Betriebe	Anzahl der Betriebe	Anzahl der Beschäftigten
überhaupt	244 429	1 285 419
mit über 1 Person	157 086	1 198 076
„ „ 3 Personen	59 503	967 565
„ „ 5 „	32 093	848 342
„ „ 10 „	15 783	728 070
„ „ 20 „	8 026	616 044
„ „ 50 „	2 982	459 264
„ „ 100 „	1 261	340 522
„ „ 200 „	492	234 705

Aus den Zahlen in der ersten und in der zweiten Spalte der Tabelle 8 bestimmen wir weiter die Verhältnisse dieser Zahlen zur Gesamtzahl (244 429 für die Zahlen in Spalte 1 und 1 285 419 für die Zahlen in Spalte 2). Dies führt uns zu Tabelle 9 (Spalten 1 und 2). Endlich lassen sich aus diesen Verhältnissen die Werte δ_i , d. h. die Klassenkonzentrationsindizes für jede Klasse berechnen (Spalte 3 der Tabelle 9).

Tabelle 9. Gewerbebetriebs- und Beschäftigtenverhältnisse der Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz für das Jahr 1939.

Betriebe	V _{Bt} *)	V _{Bs} **)	δ_i
überhaupt	1,00000	1,00000	—
mit über 1 Person	0,64267	0,93207	6,31
„ „ 3 Personen	0,24344	0,75273	4,98
„ „ 5 „	0,13130	0,65998	4,89
„ „ 10 „	0,06457	0,56641	4,82
„ „ 20 „	0,03284	0,47926	4,65
„ „ 50 „	0,01220	0,35729	4,28
„ „ 100 „	0,00516	0,26492	3,97
„ „ 200 „	0,00201	0,18259	3,65

*) Verhältnis der aufaddierten Anzahl der Betriebe zu deren Gesamtzahl.

**) Verhältnis der aufsummierten Anzahl der Beschäftigten zu deren Gesamtzahl.

Diese Werte nehmen von den Betrieben mit über 1 Person bis zu den Betrieben mit über 200 Personen ständig ab. Der größte Wert beträgt 6,31 (wie aus der Tabelle 9 hervorgeht), während die Zahl 3,65 den kleinsten Wert darstellt.

Vergleichen wir die Abweichungen der Klassenkonzentrationsindizes vom entsprechenden arithmetischen Mittel (rund 2,7 bei den Werten in der dritten Spalte der Tabelle 4; rund 4,7 bei den Werten in der entsprechenden Spalte der Tabelle 9) bei der soeben angeführten Gesamtheit mit jenen bei der beispielshalber zuerst herangezogenen Einkommensverteilung, so zeigt es sich, daß die Streuung der Klassenkonzentrationsindizes um den entsprechenden Mittelwert bei der Verteilung der Gewerbebetriebe beträchtlich ist, während sie bei der angeführten Einkommensverteilung praktisch Null war⁸⁾.

⁸⁾ Die mittlere quadratische Abweichung vom arithmetischen Mittel beträgt bei den Zahlen in Tabelle 4, Spalte 3 (Einkommensverteilung) 0,0515, während sie bei den Werten in Tabelle 9, Spalte 3 gleich 0,752 ist. Die Variabilitätskoeffizienten (2 % bei der Einkommensverteilung und 16 % bei der Gewerbebetriebsverteilung) verhalten sich wie 1:8.

Während sich der Zahlenwert, der geeignet ist, das Ausmaß der Konzentration bei der Einkommensverteilung in Tabelle 2 festzuhalten, von selbst ergeben hat, ließ sich beim Kollektiv der Gewerbebetriebe eine entsprechende Zahl in derart einfacher Weise nicht bestimmen. Infolge der Verschiedenheit der einzelnen Werte in Tabelle 9, Spalte 3 mußten wir einen Mittelwert — das arithmetische Mittel — aus diesen Zahlen berechnen.

Die Klassenkonzentrationsindizes dieses nach der Höhe der Beschäftigtenzahl geordneten Kollektivs der Gewerbebetriebe weichen also bezüglich ihrer Streuung von den Klassenkonzentrationsindizes, die der Einkommensverteilung in Tabelle 2 zugehören, ab. Dies läßt uns vermuten, daß sich die Gewerbebetriebsverteilung auch hinsichtlich der Einwirkung der Klassenzusammenfassung auf den Konzentrationsindex der Verteilung von der als Beispiel angeführten Gesamtheit der nach dem quantitativen Merkmal der Höhe ihres Einkommens geordneten Zensiten unterscheidet.

Wir entsinnen uns, daß sich das der Einkommensverteilung entsprechende Konzentrationsmaß (Tabelle 4, Spalte 3) praktisch unempfindlich gegen Veränderungen der Klassenzusammenfassung gezeigt hat. Es wird nun interessant sein, zu untersuchen, ob eine Änderung der Klassenaufteilung beim Kollektiv der Gewerbebetriebe das gleiche oder ein anderes Ergebnis zeitigt. Zu diesem Zwecke fassen wir einige der in Tabelle 7 angeführten Klassen zusammen. Wir erhalten dann beispielsweise eine Aufteilung, wie sie in Tabelle 10 zu finden ist, oder eine solche, wie sie Tabelle 11 zeigt. Die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes sind in Tabelle 12 (Spalte 2 und Spalte 3) eingetragen. In der ersten Spalte dieser Tabelle sind auch die einzelnen δ_i -Werte der ursprünglichen Klassenaufteilung (nach Tabelle 7) zu finden. Während — wie wir gesehen haben — die Werte in der Spalte 1 dieser Tabelle durch den Mittelwert 4,7 dargestellt werden können, nimmt diese Kennzahl für die Klassenaufteilung nach Tabelle 10 den Wert 4,0 an, und für jene Aufteilung, wie sie Tabelle 11 zeigt, den Wert 5,0⁹⁾. Bei diesem Kollektiv ist daher der von *Gini* einge-

⁹⁾ Eine andere Art der Klassenaufteilung bestände darin, die Klasse der Einmannbetriebe (87 343 Betriebe), die Klasse der Betriebe mit 2—200 Personen (156 594 Betriebe mit 963 371 Beschäftigten) und die der Betriebe mit über 200 Personen (492 Betriebe mit 234 705 Beschäftigten) zu

fürte Konzentrationsindex offenbar weniger geeignet, das Ausmaß der Häufung oder Konzentration festzuhalten als bei der in Tabelle 2 angeführten Einkommensverteilung.

Tabelle 10. Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz für das Jahr 1939.

Betriebe mit	Anzahl der Betriebe	Anzahl der Beschäftigten
1—50 Personen	241 447	826 155
51—200 „	2 490	224 559
über 200 „	492	234 707
insgesamt	244 429	1 285 419

Tabelle 11. Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz für das Jahr 1939.

Betriebe mit	Anzahl der Betriebe	Anzahl der Beschäftigten
1 Person	87 343	87 343
2—3 Personen	97 583	230 511
4—200 „	59 011	732 860
über 200 „	492	234 705
insgesamt	244 429	1 285 419

Tabelle 12. Klassenkonzentrationsindizes der Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz für das Jahr 1939.

nach Tabelle 9	nach Tabelle 10	nach Tabelle 11
6,31	—	6,31
4,98	—	4,98
4,89	—	—
4,82	—	—
4,65	—	—
4,28	4,28	—
3,97	—	—
3,65	3,65	3,65

Diese Beispiele zeigen deutlich, welchen Einfluß eine Änderung der Klasseneinteilung auf die Größe dieses Konzentrationsmaßes ausübt. Allerdings gibt es Kollektive, bei welchen eine Änderung der Klasseneinteilung nur von geringer Einwirkung auf die einzelnen Werte von δ_i ist, wie das beispielsweise bei der

bilden. Die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes sind dann der Reihe nach gleich 6,31, 3,97 und 3,65. Diese Aufteilung besitzt die Eigentümlichkeit, daß das arithmetische Mittel aus diesen drei Zahlen ebenfalls den Wert 4,7 ergibt, den wir schon aus den Klassenkonzentrationsindizes der Tabelle 9 erhalten haben.

Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 der Fall war. Da aber solche Verteilungen verhältnismäßig selten sind, wird es sich empfehlen, mehrere Gesamtheiten gleicher Art nur dann auf ihre Konzentration hin zu vergleichen, wenn allen Gesamtheiten die gleiche Klasseneinteilung zugrunde liegt.

4.

Endlich wollen wir die Konzentration oder Häufung bei den Einkommen der natürlichen Personen im Kanton Nidwalden nach der Eidgenössischen Krisenabgabe (III. Periode 1938—1939) [4] bestimmen (Tabelle 13). Wiederum bilden wir zuerst die Summenreihen aus den Zahlen in der ersten und zweiten Spalte der Tabelle 13 (Tabelle 14). Die nächste Rechenoperation besteht darin, die Verhältnisse aus den aufsummierten Zahlen und der entsprechenden Gesamtzahl (Tabelle 14, Spalte 1 und Spalte 2, erste Zeile) zu bestimmen (Tabelle 15). Der Vergleich dieser Verhältnisse in Spalte 2 mit den entsprechenden Verhältnissen in Spalte 1 (Tabelle 15) führt uns zu den Werten δ_i (Spalte 3 der Tabelle 15). Aus diesen Klassenkonzentrationsindizes errechnet sich durch Mittelwertbildung (arithmetisches Mittel) der Konzentrationsindex, dessen Wert 2,96 beträgt.

Tabelle 13. Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden für die Jahre 1938—1939 (natürliche Personen).

Einkommensklassen (1000 Fr.)	Zensiten	Einkommen (1000 Fr.)
4—10	250	1 435
10—20	41	520
20—50	9	239
50—100	1	55
über 100	2	626
insgesamt	303	2 875

Tabelle 14. Summenreihen der Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden für die Jahre 1938—1939 (natürliche Personen).

Einkommen (1000 Fr.)	Zensiten	Einkommen (1000 Fr.)
über 4	303	2 875
„ 10	53	1 440
„ 20	12	920
„ 50	3	681
„ 100	2	626

Tabelle 15. Zensiten- und Einkommensverhältnisse der Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden für die Jahre 1938 bis 1939 (natürliche Personen).

Einkommen (1000 Fr.)	V_z	V_e	δ_i
über 4	1,00000	1,00000	—
„ 10	0,17492	0,50087	2,52
„ 20	0,03960	0,32000	2,84
„ 50	0,00990	0,23687	3,20
„ 100	0,00661	0,21773	3,29

Die Klassenkonzentrationsindizes in Tabelle 15, Spalte 3 nehmen, wie uns sofort auffällt, von der zweiten Klasse (Zeile 2) an bis zur letzten Klasse (Zeile 5) ständig zu. Schlagen wir nun die Reihe der Klassenkonzentrationsindizes in Tabelle 9 auf, so sehen wir, daß hier die einzelnen Werte von der zweiten Klasse (Zeile 2) an bis zur letzten Klasse (Zeile 9) abnehmen.

Wir haben bis jetzt festgestellt, daß — abgesehen von der Empfindlichkeit der Klassenkonzentrationsindizes bei Änderungen der Klasseneinteilung — diese Exponenten (δ_i -Werte) entweder in allen Klassen den gleichen (oder annähernd den gleichen) Wert annehmen (Tabelle 4), oder bei steigender Klassenordnung abnehmen (Tabelle 9), oder aber bei steigender Klassenordnung größer werden (Tabelle 15)¹⁰. Von diesen drei Fällen sind der erste und der letzte Fall selten anzutreffen, während der zweite Fall den Normalfall darstellt.

5.

Nachdem wir nun an drei Beispielen — die Einkommensverteilungen im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 (Tabelle 2) und im Kanton Nidwalden für die Jahre 1938—1939 (Tabelle 13), sowie die Gewerbebetriebsverteilung nach der Beschäftigtenzahl in der Schweiz für das Jahr 1939 (Tabelle 7) — zu zeigen versucht haben, was unter dem Begriff eines Konzentrationsmaßes und insbesondere unter dem Begriff des Konzentrationsindex zu verstehen ist, und nachdem wir auch erläutert haben, wie der Konzentrationsindex berechnet wird, stellt sich uns die Frage, welches die Anwendungsmöglichkeiten dieses Konzentrationsmaßes sind.

¹⁰) Die Klassenkonzentrationsindizes können indes auch abwechselnd zu- und abnehmen (vgl. auch Tabelle 4).

Das häufigste Anwendungsgebiet des Konzentrationsindex ist die Einkommensverteilung. Kann, so fragen wir uns nun, der Konzentrationsindex auch bei anderen statistischen Verteilungen als ein die Häufung kennzeichnendes Maß verwendet werden? Es könnte nun der Eindruck entstehen, diese Frage sei in bejahendem Sinne beantwortet worden, als wir den Konzentrationsindex auch bei der als Beispiel herangezogenen Gewerbebetriebsverteilung bestimmt haben. Dadurch hätten wir uns aber eine Ungenauigkeit zuschulden kommen lassen, denn die Kennzeichnung der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes bei einem gegebenen Kollektiv durch einen einzigen Zahlenwert, den Konzentrationsindex der Verteilung, erscheint nur dann zulässig, wenn die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes einander gleich oder angenähert gleich sind. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, dann muß entweder darauf verzichtet werden, auf diesem Wege einen die Konzentration der Elemente des unterstellten Kollektivs (beispielsweise der Gewerbebetriebe) bezüglich eines bestimmten quantitativen Merkmals in eindeutiger Weise kennzeichnenden Wert zu bestimmen, oder aber es muß eine Ungenauigkeit in Kauf genommen werden, indem die einzelnen, voneinander verschiedenen Klassenkonzentrationsindizes in einem Mittelwert (z. B. im arithmetischen Mittel) vereinigt werden. In diesem Falle ist jedoch Vorsicht geboten, denn dieses Vorgehen rächt sich dadurch, daß die Grenzen, innerhalb deren der Konzentrationsindex schwanken kann, wenn die Klassenzusammenfassung und die Klassenintervalle verändert werden, weit auseinander liegen können; der Schwankungsbereich des Konzentrationsindex wird in diesem Falle groß. Die Beispiele in den Tabellen 2 und 7 zeigen, daß mit abnehmender Streuung der Klassenkonzentrationsindizes um ihr arithmetisches Mittel der durch eine andersgeartete Zusammenfassung der Klassen bedingte Schwankungsbereich des Konzentrationsindex ebenfalls kleiner wird. Für den idealen Fall, daß alle Klassenkonzentrationsindizes einander gleich sind, schrumpft dieser Schwankungsbereich auf den Wert Null zusammen, d. h. der Konzentrationsindex ist dann unempfindlich gegen Veränderungen der Klassenzusammenfassung.

Da die Gesamtheiten, bei denen die Streuung der Klassenkonzentrationsindizes um ihr arithmetisches Mittel unbedeutend ist, verhältnismäßig selten sind, greifen wir die früher gestellte Frage,

ob der Konzentrationsindex nicht auch bei anderen Verteilungen zur Beschreibung der Konzentration verwendet werden kann, ohne dabei der Repräsentativität der Ergebnisse zu sehr Gewalt anzutun, nunmehr wieder auf. Zur Beantwortung dieser Frage möge zunächst dieses Konzentrationsmaß auch für andere Kollektive berechnet werden.

Das erste Beispiel sei der Bevölkerungsstatistik entnommen. Es sei die Konzentration der Wohnbevölkerung in den nach der Größe der Einwohnerzahl geordneten Gemeinden der Schweiz im Jahre 1930¹¹⁾ zu bestimmen. Die einzelnen Zahlenwerte sind in der folgenden Zusammenstellung eingetragen:

Einwohnerzahl	Anzahl der Gemeinden	Wohnbevölkerung
unter 1000	2 122	842 684
1000—2000	465	644 269
2000—5000	305	907 050
5000—10000	63	434 621
über 10000	31	1 237 776
insgesamt	2 986	4 066 400

Die rund 4 Millionen betragende Wohnbevölkerung der Schweiz verteilt sich auf 2 986 Gemeinden, welche nach der Größe der Einwohnerzahl in Klassen geordnet sind. Wir sehen, daß sich diese rund 4 Millionen zählende Wohnbevölkerung nicht gleichmäßig auf die einzelnen Gemeinden verteilt, und fragen uns, inwieweit eine Häufung oder Konzentration der Elemente des Kollektivs (Anzahl der Gemeinden) bezüglich der Größe des Merkmals (Einwohnerzahl) festzustellen ist. Die Bestimmung des Konzentrationsindex geschieht wie bei den früheren Beispielen in der Weise, daß zuerst die Summenreihen der Gemeinden und der Wohnbevölkerung gebildet werden:

Einwohnerzahl	Anzahl der Gemeinden	Wohnbevölkerung
über 0	2 986	4 066 400
„ 1000	864	3 223 716
„ 2000	399	2 579 447
„ 5000	94	1 672 397
„ 10000	31	1 237 776

Sodann ermitteln wir die Anteile der Gemeinden mit über 1 000 Einwohnern, mit über 2 000 Einwohnern usw. an der Gesamtzahl der Gemeinden (2 986), sowie die Anteile der entsprechenden

¹¹⁾ [12], Jg. 1939, S. 10.

Wohnbevölkerung an der gesamten Wohnbevölkerung (4 066 400 Einwohner). Endlich suchen wir die Exponenten der Wohnbevölkerungsanteile, bei welchen Wertegleichheit zwischen den Gemeindeanteilen und den potenzierten Wohnbevölkerungsanteilen besteht. Diese Exponenten (Klassenkonzentrationsindizes) finden wir hier zusammengestellt:

Gemeinden mit	δ_i
über 1000 Einwohnern	5,34
„ 2000 „	4,42
„ 5000 „	3,89
„ 10000 „	3,84

Durch diese Klassenkonzentrationsindizes ist die Konzentration oder Häufung der Elemente des Kollektivs (Gemeinden) bezüglich des Merkmals (Einwohnerzahl) bestimmt. Wir berechnen nun wiederum — praktische Erfordernisse befriedigend — einen Mittelwert (arithmetisches Mittel) aus diesen vier Klassenkonzentrationsindizes. Der Wert dieses mittleren Klassenkonzentrationsindex, d. h. des Konzentrationsindex der Verteilung, beträgt 4,37.

Interessant ist der Vergleich dieses Mittelwertes mit dem entsprechenden Konzentrationsmaß für ein anderes Land, beispielsweise Spanien. Um aber die Konzentration der Elemente der Gesamtheit (Gemeinden) in bezug auf das Merkmal (Einwohnerzahl) in zwei Ländern, bei welchen verschiedene Werte der zur Bevölkerungsverteilung gehörenden Klassenkonzentrationsindizes zu erwarten sind, miteinander vergleichen zu können, ist es erforderlich, daß in beiden Ländern die gleiche Klassenaufteilung zugrunde gelegt wird. Die Reduktion der Verteilung, wie sie sich aus dem Volkszählungsergebnis in Spanien für das Jahr 1930 ¹²⁾ — also für dasselbe Jahr, das der schweizerischen Bevölkerungsverteilung entspricht — ergibt, führt zu den folgenden Werten:

Einwohnerzahl	Anzahl der Gemeinden*)	Anzahl der Einwohner
bis 1000	5 187	2 487 314
1000—2000	1 688	2 366 501
2000—5000	1 488	4 655 153
5000—10000	577	4 018 668
über 10000	320	10 036 231
insgesamt	9 260	23 563 867

*) municipios.

¹²⁾ [1], S. XLIV—LII.

Aus diesen Zahlen läßt sich der Konzentrationsindex bestimmen. Die Rechnung ergibt den Wert 5,43¹³⁾. Die Konzentration der Bevölkerung im Jahre 1930 erscheint also in Spanien ($\delta = 5,43$) größer als in der Schweiz ($\delta = 4,37$)¹⁴⁾. Diese Aussage wird

¹³⁾ Die der Verteilung der Gemeinden in der Schweiz und in Spanien nach der Größe der Einwohnerzahl entsprechenden Klassenkonzentrationsindizes sind:

Gemeinden mit	Schweiz	Spanien
über 1000 Einwohner	5,34	7,36
„ 2000 „	4,42	5,88
„ 5000 „	3,89	4,52
„ 10000 „	3,84	3,94

¹⁴⁾ Dieses Ergebnis scheint der Tatsache zu widersprechen, daß die Bevölkerungsdichte in Spanien geringer ist als in der Schweiz. Nach der Volkszählung des Jahres 1930 (31. Dezember 1930) betrug die Bevölkerungsdichte in Spanien 47 Einwohner je Quadratkilometer, während sie in der Schweiz — nach den Ergebnissen der Volkszählung im Jahre 1930 (1. Dezember 1930) — gleich 98 Einwohner je Quadratkilometer war. Dieser Widerspruch ist nur scheinbar, denn beide Maßzahlen — der Konzentrationsindex und die Bevölkerungsdichte — sind nicht gleichbedeutend. Während die Bevölkerungsdichte über die Häufigkeit der Bewohner in einem Lande aussagt, wobei eine gleichmäßige Verteilung der Einwohner dieses Landes über das in Betracht fallende Gebiet vorausgesetzt ist, zeigt der Konzentrationsindex, inwieweit diese Hypothese der Wirklichkeit entspricht, denn in ihm kommt die Art der Verteilung der Bevölkerung über das ganze Land zum Ausdruck. Die Bevölkerungsdichte weckt also in uns die Vorstellung, daß auf jeder Flächeneinheit (z. B. auf jeden Quadratkilometer) in Spanien 47 und in der Schweiz 98 Einwohner versammelt sind. In Wirklichkeit ist jeder Quadratkilometer Bodens von einer verschiedenen großen Zahl Menschen bevölkert. Der Konzentrationsindex gestattet uns nun, diese Unterschiede in der Besetzung einer jeden Flächeneinheit im betreffenden Lande zahlenmäßig festzuhalten. Er ist deshalb geeignet, die Bevölkerungsdichte als statistischen Parameter zu ergänzen.

Da uns aber in der Regel nicht die Bevölkerungszahlen je Flächeneinheit (1 km²), sondern die Einwohnerzahlen innerhalb einer jeden Gemeinde bekannt sind, behelfen wir uns damit, daß wir diese letzteren Zahlen zur Berechnung des Konzentrationsindex heranziehen. Obwohl der so bestimmte Wert des Konzentrationsindex infolge der flächenmäßigen Verschiedenheit der Mehrzahl der Gemeinden nicht sehr genau ist — die einzelne Gemeinde wird, ihre Ausdehnung nicht berücksichtigend, als Einheit aufgefaßt —, muß er uns dennoch zur Kennzeichnung der Bevölkerungskonzentration dienen. So kann uns u. U. dann eine hohe Konzentration der Bevölkerung vorgetäuscht werden, wenn einige wenige Gemeinden flächenmäßig sehr groß sind, und wenn gleichzeitig die Zahl der Einwohner in diesen Ge-

noch dadurch gestützt, daß die Klassenkonzentrationsindizes der Bevölkerungsverteilung in Spanien durchwegs größer sind als die entsprechenden Werte für die Schweiz¹³⁾. Überdies nehmen sie in beiden Fällen von der Klasse, die jene Gemeinden mit über 1000 Einwohner umfaßt, bis zu der Klasse, in der die Gemeinden mit über 10 000 Einwohner vereinigt sind, ständig ab. Es ist deshalb vor auszusehen, daß eine Veränderung der Klassenaufteilung unser Ergebnis nicht beeinflussen wird; unsere Aussage, daß im betreffenden Jahre die Bevölkerungskonzentration in Spanien größer war als in der Schweiz, gewinnt dadurch an Gültigkeit. Außerdem nimmt hier das Konzentrationsverhältnis — ein anderes Maß zur Kennzeichnung der Konzentration (vergleiche die Ausführungen im Anhang 3) — die Werte 0,473 für die Schweiz und 0,656 für Spanien an, was wiederum auf die ausgeprägtere Bevölkerungskonzentration in Spanien hinweist.

Das nachfolgende Beispiel sei ebenfalls der Bevölkerungs- oder genauer der Familienstatistik entnommen. Im Statistischen Jahrbuch der Schweiz¹⁵⁾ finden wir die Kinderzahl der verheirateten Männer, also der Familien, nach der Berufsstellung des Vaters im Jahre 1939. Für die ganze Schweiz (alle Berufsgruppen) seien hier die Grundzahlen angegeben:

meinden entsprechend hoch ist, während alle übrigen Gemeinden bezüglich ihrer Fläche und ihrer Einwohnerzahl klein sind.

Es ist nun kein Widerspruch, wenn die Bevölkerungsdichte in Spanien kleiner und der Konzentrationsindex größer ist als in der Schweiz. Diese Werte besagen nämlich, daß einerseits Spanien eine relativ geringere Bevölkerungszahl aufweist als die Schweiz, daß aber andererseits die Verteilung dieser Bevölkerung auf die einzelnen Gemeinden — nicht Flächeneinheiten — des unterstellten Gebietes in Spanien ungleichmäßiger ist als in der Schweiz.

Der festgestellte Unterschied in der Bevölkerungskonzentration dieser beiden Länder dürfte u. a. darin begründet sein, daß Spanien über bevölkerungsreichere Städte verfügt als die Schweiz. So betrug damals die Einwohnerzahl in Madrid und in Barcelona rund 800 000, während Zürich nur rund 300 000 Menschen zählte. Ferner finden wir in Spanien — im Gegensatz zur Schweiz — ausgedehnte Landstriche, die wegen des sehr trockenen Klimas sehr dünn bevölkert sind (z. B. die Steppen Neukastiliens). Die Bevölkerungsagglomerationen sind daher in Spanien ausgeprägter, was deutlich aus den berechneten Werten der Konzentrationsmaße herausgelesen werden kann:

¹⁵⁾ [12], Jg. 1941, S. 31.

Kinderzahl	Anzahl der Familien	Anzahl der Kinder
1	10 676	10 675
2	9 989	19 978
3	5 546	16 638
4	3 043	12 172
5	1 685	8 425
über 5	2 174	15 835
insgesamt	33 112	83 723

Den insgesamt 33 112 Familien mit mindestens einem Kind entsprechen 83 723 Kinder. Diese Familien sind nun nach dem Merkmal Kinderzahl in Klassen geordnet (Familien mit 1, 2, 3 usw. Kindern). Besteht nun eine Häufung oder Konzentration der Elemente des Kollektivs (Familien) bezüglich des Merkmals (Kinderzahl)? Offenbar ja. Um das Ausmaß der Häufung zahlenmäßig zu kennzeichnen, berechnen wir in gewohnter Weise den Konzentrationsindex aus den angeführten Klassenkonzentrationsindizes. Der Wert dieses statistischen Parameters ist dann gleich 2,05.

Familien mit	δ_i
2 und mehr Kindern	2,85
3 " " "	2,15
4 " " "	1,88
5 " " "	1,74
6 " " "	1,63

Das Statistische Jahrbuch der Schweiz teilt die insgesamt 33 112 verheirateten Männer in 7 Berufsgruppen auf (Betriebsleiter, kaufmännische Angestellte, technische Angestellte, Betriebsangestellte, Berufsarbeiter, Hilfsarbeiter, Handlanger). Für jede dieser Gruppen wurde der Konzentrationsindex bestimmt; die Rechnung ergab folgende Werte (größenmäßig geordnet):

Berufsgruppen	δ	Mittlere Kinderzahl
Handlanger	2,36	3,32
Hilfsarbeiter	2,13	2,68
Berufsarbeiter	1,97	2,14
Betriebsangestellte	1,91	2,32
Kaufmännische Angestellte	1,85	2,21
Technische Angestellte	1,67	1,93
Betriebsleiter	1,67	2,18

Gleichzeitig finden wir die mittleren Kinderzahlen in jeder Berufsgruppe. Der Vergleich der Konzentrationsindizes mit den entsprechenden mittleren Kinderzahlen zeigt uns, daß die größenmäßige Ordnung der mittleren Kinderzahlen mit der größen-

mäßigen Ordnung der Konzentrationsindizes besonders gut übereinstimmt ¹⁶⁾).

In der Einleitung haben wir für die beiden Kollektive in Tabelle 1 die üblichen statistischen Parameter bestimmt. Nun interessiert es uns zu erfahren, wie groß der Konzentrationsindex für diese beiden Gesamtheiten wird. Zur Berechnung dieser statistischen Maßzahl bestimmen wir in bekannter Weise die Klassenkonzentrationsindizes. Die Rechnung ergibt die folgenden Werte:

Kinderzahl	Klassenkonzentrationsindizes	
	1. Kollektiv	2. Kollektiv
2 und mehr	2,44	2,12
3 " "	1,79	1,61
4 " "	1,61	1,45
5 " "	1,51	1,37
6 " "	1,42	1,31
7 " "	1,35	—
8 " "	1,33	—
9 " "	1,33	—

Aus diesen Klassenkonzentrationsindizes errechnet sich deren arithmetisches Mittel, d. h. der Konzentrationsindex. Dem ersten Kollektiv entspricht der Konzentrationsindex 1,60, der zweiten Gesamtheit fällt der annähernd gleich hohe Konzentrationsindex 1,55 zu.

Auch für Beispiele aus dem Gebiete der Wohnungsstatistik läßt sich der Konzentrationsindex bestimmen. In der folgenden Übersicht sind die insgesamt 13 683 neuerstellten Wohnungen in der Schweiz im Jahre 1930 ¹⁷⁾ nach der Zimmerzahl geordnet einzutragen ¹⁸⁾.

Zimmerzahl	Anzahl der Wohnungen	Anzahl der Zimmer
1	356	356
2	2 291	4 582
3	6 093	18 279
4	3 534	14 146
5	1 409	7 045
insgesamt	13 683	44 398

Auf diese 13 683 Wohnungen entfällt eine gesamte Zimmerzahl von 44 398. Diese Zimmerzahl verteilt sich auf die Wohnungen mit 1, 2, 3, 4 und 5 Zimmern. Der Konzentrationsindex zeigt uns,

¹⁶⁾ Der Korrelationskoeffizient beträgt hier $r = +0,85$.

¹⁷⁾ [12], Jg. 1941, S. 148.

¹⁸⁾ Es wurden nur die Wohnungen mit 1 bis 5 Zimmern berücksichtigt.

ob einem geringen Prozentsatz der zimmerreichen Wohnungen — bezogen auf die Gesamtzahl der Wohnungen (13 683) — ein hoher prozentualer Anteil der entsprechenden Anzahl Zimmer an der gesamten Zimmerzahl (44 398) entspricht. Dieser Zusammenhang zwischen der Anzahl Wohnungen in den einzelnen Größenklassen (Wohnungen mit 1, mit 2, mit 3 usw. Zimmern) und der entsprechenden Anzahl Zimmer kann durch den Wert 1,92 des Konzentrationsindex zahlenmäßig festgelegt werden, der sich aus den angeführten Klassenkonzentrationsindizes ermitteln läßt.

Wohnungen mit	δ_i
2 und mehr Zimmern	3,28
3 „ „ „	1,82
4 „ „ „	1,38
5 Zimmern	1,23

Im Jahre 1940 wurden in der Schweiz 4584 Wohnungen mit insgesamt 13 438 Zimmern neuerstellt. Die Verteilung dieser 4584 Wohnungen auf die einzelnen Größenklassen der Wohnungen (Wohnungen mit 1, mit 2 usw. Zimmern) geht aus der folgenden Übersicht hervor:

Zimmerzahl	Anzahl der Wohnungen	Anzahl der Zimmer
1	345	345
2	1 279	2 558
3	1 745	5 235
4	775	3 100
5	440	2 200
insgesamt	4 584	13 438

Für dieses 4584 Elemente (Wohnungen) umfassende Kollektiv bestimmen wir vorerst die Klassenkonzentrationsindizes, deren Werte der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen sind:

Wohnungen mit	δ_i
2 und mehr Zimmern	3,01
3 „ „ „	1,80
4 „ „ „	1,43
5 Zimmern	1,30

Der Konzentrationsindex der Verteilung ergibt sich als das arithmetische Mittel aus diesen Klassenkonzentrationsindizes; dessen Wert beträgt 1,88. Die Konzentration der Anzahl Zimmer auf die zimmerreichen Wohnungen scheint demnach während der zehn Jahre, welche die beiden Erhebungsjahre (1930 und 1940) von-

einander trennen, keine wesentlichen Veränderungen erfahren zu haben ($\delta = 1,92$ im Jahre 1930 und $\delta = 1,88$ im Jahre 1940) ¹⁹⁾.

Die formale Berechnung des Konzentrationsindex läßt sich noch bei anderen statistischen Verteilungen durchführen. So kann beispielsweise die Häufung bei den Eintritt in Heil- und Pflegeanstalten ermittelt werden. Dem Statistischen Jahrbuch der Schweiz ²⁰⁾ entnehmen wir für das Jahr 1937 folgende Zahlen:

Versorgt zum	Versorgungen	Eintritte in Heil- u. Pflegeanstalten
1. Male	4 793	4 793
2. "	1 799	3 594
3. "	867	2 601
4. "	414	1 656
5. "	216	1 080
6. "	138	828
7. "	75	525
8. "	46	368
9. "	36	324
insgesamt	8 382	15 769

In der Schweiz wurden im Jahre 1937 insgesamt 8382 Personen in Heil- und Pflegeanstalten eingeliefert, von denen 4793 Personen zum ersten Male, 1797 Personen zum zweiten Male usw. in einer Anstalt versorgt worden sind. Es interessiert uns nun zu wissen, welchen Wert der Konzentrationsindex für dieses Kollektiv annimmt. In bekannter Weise errechnen wir dieses Konzentrationsmaß zu 1,75. Die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes, aus welchen sich diese Maßzahl ergeben hat, sind der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen:

Versorgt zum	δ_i
mindestens 2. Male	2,34
" 3. "	2,03
" 4. "	1,85
" 5. "	1,73
" 6. "	1,64
" 7. "	1,55
" 8. "	1,48
" 9. "	1,40

Als ein weiteres Beispiel der sanitärischen Statistik sei die Verteilung der Krankenzimmer in Spitälern nach der Bettenzahl ge-

¹⁹⁾ Die Gesamtzahl der neuerstellten Wohnungen hat jedoch vom Jahre 1930 (13 683 Wohnungen) zum Jahre 1940 (4 584 Wohnungen) um rund zwei Drittel (66 %) der Wohnungsproduktion des Jahres 1930 abgenommen.

²⁰⁾ [12], Jg. 1938, S. 405.

nannt. Dem Statistischen Jahrbuch der Schweiz²¹⁾ entnehmen wir für das gesamte Gebiet der Schweiz Ende 1938 folgende Zahlen²²⁾:

Bettenzahl	Anzahl der Krankenzimmer	Anzahl der Betten
1	8 709	8 709
2	5 506	11 012
3	2 038	6 114
4	1 663	6 652
5	801	4 005
6	950	5 700
insgesamt	19 667	42 192

Aus den nachfolgenden Werten der Klassenkonzentrationsindizes bestimmt sich der Konzentrationsindex der Verteilung zu 1,91.

Krankenzimmer mit	δ_i
2 und mehr Betten	2,53
3 „ „ „	2,04
4 „ „ „	1,85
5 „ „ „	1,64
6 „ „ „	1,51

Dieser Wert deutet darauf hin, daß die Häufung in dieser 19 667 Krankenzimmer umfassenden Gesamtheit nicht sehr ausgeprägt ist²³⁾.

Ein weiteres Beispiel aufgreifend, fragen wir uns, welches Ausmaß die Konzentration bei den Hotelbetrieben (Jahresbetriebe) in der Schweiz in bezug auf die Bettenzahl im Jahre 1939²⁴⁾ hat.

²¹⁾ [12], Jg. 1939, S. 386.

²²⁾ Das Merkmal der Bettenzahl wurde auf die Zahlen 1 bis 6 beschränkt.

²³⁾ Die Frage, wie das Ausmaß der Häufung oder Konzentration der Elemente des Kollektivs (Anzahl der Krankenzimmer) bezüglich der Größe des quantitativen Merkmals (Bettenzahl) auf Grund des Konzentrationsindex beurteilt werden muß, kann nicht eindeutig beantwortet werden. Während beispielsweise dann von einer hohen Konzentration gesprochen werden könnte, wenn die Hälfte der gesamten Bettenzahl, d. h. 21 096 Betten, auf einen Achtel der Gesamtzahl der Krankenzimmer entfällt ($\delta = 3$), so läßt sich andererseits die Ansicht vertreten, daß die Konzentration schon dann als bedeutend zu werten sei, wenn die Hälfte der gesamten Bettenzahl (21 096) einem Viertel der Gesamtzahl der Krankenzimmer, d. h. 4 917 Krankenzimmer, entspricht; der Konzentrationsindex wird dann gleich 2. Dieser Ansicht folgend, scheint es uns, daß schon dann von einer nennenswerten Konzentration zu sprechen ist, wenn der Konzentrationsindex den Wert 2 erreicht.

²⁴⁾ [12], Jg. 1939, S. 161.

Der folgenden Übersicht entnehmen wir die zur Bestimmung des Konzentrationsindex notwendigen Zahlen:

Bettenzahl	Anzahl der Hotelbetriebe	Anzahl der Betten
3—10	2 781	18 080
11—20	1 398	21 632
21—50	1 018	33 939
51—100	293	21 027
101—150	56	7 222
151—200	23	4 223
201—300	14	3 477
insgesamt	5 583	109 600

Aus diesen Zahlen errechnen wir die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes:

Hotelbetriebe mit über 10 Betten	δ_i
„ 20 „	3,82
„ 50 „	3,07
„ 100 „	2,40
„ 150 „	2,05
„ 200 „	1,89
„ 200 „	1,74

Das arithmetische Mittel aus diesen Werten, d. h. der Konzentrationsindex bestimmt sich zu 2,49..

Der landwirtschaftlichen Statistik entnehmen wir ein weiteres Beispiel. Es sei die Konzentration der landwirtschaftlichen Betriebe nach der Kulturlfläche (ohne Wald und Weiden) im Jahre 1929 zu ermitteln²⁵⁾.

Kulturlfläche (ha)	Anzahl der Betriebe	Kulturlfläche (ha)
0,5— 3,0	81 806	117 195
3,0— 5,0	40 565	140 365
5,0—10	57 236	351 081
10 —15	21 130	210 212
15 —30	13 885	208 118
über 30	3 912	94 638
insgesamt	218 534 *)	1 121 609

*) Dazu 19 935 Betriebe mit 0 bis 0,5 ha Kulturlfläche.

Aus diesen Werten lassen sich zunächst die Klassenkonzentrationsindizes bestimmen:

²⁵⁾ [12], Jg. 1939, S. 114.

Kulturfläche (ha)	δ_i
über 3	4,25
„ 5	3,15
„ 10	2,20
„ 15	1,91
„ 30	1,63

Der Konzentrationsindex wird danach gleich 2,63.

Als ein weiteres Beispiel sei hier der Notenumlauf in der Schweiz im Jahresdurchschnitt 1942 nach der Stückelung angeführt ²⁶⁾.

Stückelung	Anzahl der Noten (1000 Stück)	Betrag (1000 Fr.)
5 Fr.	8 826	44 128
20 „	10 199	203 978
50 „	5 367	268 368
100 „	9 728	972 836
500 „	357	178 312
1000 „	584	583 792
insgesamt	35 061	2 251 414

In gewohnter Weise seien hier die Werte der Klassenkonzentrationsindizes zusammengestellt:

Noten über	δ_i
20 Fr.	14,64
50 „	6,70
100 „	4,57
500 „	3,34
1000 „	3,03

Aus diesen Werten der Klassenkonzentrationsindizes ermitteln wir den Konzentrationsindex der Verteilung, dessen Wert gleich 6,46 ist. Dieser hohe Wert des Konzentrationsindex offenbart uns, daß auf einen kleinen prozentualen Anteil der Noten großer Stückelung ein hoher Prozentsatz des gesamten wertmäßigen Notenumlaufs entfällt. Es ist nun allgemein bekannt, daß besonders die Noten großer Stückelung gehortet werden. Je mehr die Thesaurierung dieser Noten um sich greift, d. h. je mehr Noten großer Stückelung verlangt werden, desto größer wird der Prozentsatz dieser Noten am gesamten Notenumlauf sein. Dies legt es nahe anzunehmen, daß die hohe Konzentration beim Notenumlauf auf eine beträchtliche Thesaurierung von Banknoten hinweist.

²⁶⁾ 35. Geschäftsbericht der Schweizerischen Nationalbank, 1942, S. 40 [6].

Die durchgeführten Konkurse in der Schweiz nach der Höhe der Forderungen für das Jahr 1939²⁷⁾ mögen als ein weiteres Beispiel dienen.

Gesamtforderung (1000 Fr.)	Anzahl der Konkurse	Betrag der Forderungen (1000 Fr.)
bis 10	198	946
10— 30	199	3 699
30— 50	115	4 539
50— 100	169	11 937
100— 500	178	37 099
500—1000	17	11 199
über 1000	15	32 928
insgesamt	891	102 347

Wiederum berechnen wir zuerst die Klassenkonzentrationsindizes, deren Werte hier zusammengestellt sind:

Gesamtforderung (1000 Fr.)	δ_i
über 10	26,95
„ 30	12,69
„ 50	9,09
„ 100	6,25
„ 500	3,95
„ 1000	3,60

Daraus ergibt sich der Wert des Konzentrationsindex zu 10,42.

Als letztes Beispiel sei die Konzentration der Aktiengesellschaften im Kanton Basel-Stadt nach der Höhe des Aktienkapitals Ende 1942²⁸⁾ berechnet.

Aktienkapital (1000 Fr.)	Anzahl der Aktien- gesellschaften	Aktienkapital (1000 Fr.)
bis 10	251	1 650
10— 50	468	19 293
50— 100	200	17 696
100— 500	219	62 147
500—1000	54	46 124
über 1000	81	1 298 400
insgesamt	1 273	1 445 310

Die Häufung oder Konzentration ist hier sehr ausgeprägt, denn 1298,4 Millionen Franken oder rund 90 % des gesamten Aktienkapitals (1445,31 Millionen Franken) entfallen auf rund 81 Gesellschaften oder nur rund 6 % aller Gesellschaften (1273). Tat-

²⁷⁾ [12], Jg. 1939, S. 414.

²⁸⁾ [11], Jg. 1942, S. 97.

sächlich ist der Wert des Konzentrationsindex, der sich aus den angeführten Klassenkonzentrationsindizes ermitteln läßt, außerordentlich hoch (gleich 71,28).

Aktienkapital (1000 Fr.)	δ_i
über 10	194,65
„ 50	57,81
„ 100	47,22
„ 500	31,03
„ 1000	25,70

Ist der Konzentrationsindex geeignet, bei den soeben angeführten Beispielen über das Ausmaß der Häufung etwas auszusagen? Zur Beantwortung dieser Frage ist es vorerst notwendig zu untersuchen, ob die Gruppierung der Klassenkonzentrationsindizes um ihr arithmetisches Mittel für ein jedes dieser Beispiele weit oder eng ist, denn der Aussagewert des Konzentrationsindex vermindert sich mit größer werdender Streuung der Klassenkonzentrationsindizes um ihren Mittelwert. Nur wenn diese Maßzahlen weitgehend miteinander übereinstimmen, darf die Repräsentativität des Konzentrationsindex als genügend gesichert betrachtet werden.

Um nun beurteilen zu können, ob der Konzentrationsindex als eine Maßzahl anzusprechen ist, die sich eignet, die Häufung in unseren Beispielen zu kennzeichnen, berechnen wir die Streuung der Klassenkonzentrationsindizes um ihr arithmetisches Mittel und drücken sie zahlenmäßig durch den Variabilitätskoeffizienten v aus. Den kleinsten Wert dieses statistischen Parameters finden wir beim Beispiel der Bevölkerungsverteilung nach Gemeinden in der Schweiz ($v = 14\%$), während der größte Wert der Verteilung der Aktiengesellschaften nach dem Aktienkapital ($v = 88\%$) zukommt. Diese Werte des Variabilitätskoeffizienten erscheinen sehr hoch, beträgt doch die entsprechende Maßzahl bei der Einkommensverteilung in Tabelle 2 rund 2% . Auf Grund dieser Ergebnisse dürfte es fraglich sein, dem Konzentrationsindex in den angeführten Fällen eine die Häufung beschreibende Bedeutung beizulegen. Bevor wir aber für oder wider den Konzentrationsindex Stellung nehmen, wollen wir zu ermitteln versuchen, ob diesem statistischen Parameter in den angeführten Beispielen nicht doch eine Bedeutung als statistische Maßzahl zukommt.

Zu diesem Zwecke bestimmen wir ein weiteres Konzentrationsmaß, das Konzentrationsverhältnis (vgl. Anhang 3). Diesem sta-

tistischen Parameter kommt nämlich die Eigenschaft zu, auf jede beliebige Verteilung anwendbar zu sein. Diese Maßzahl erscheint daher geeignet, den Aussagewert des Konzentrationsindex zu prüfen. Wir erinnern uns, daß wir uns schon beim Vergleich der Bevölkerungsverteilungen in Spanien und in der Schweiz mit Erfolg dieser Maßzahl bedient haben, um die Bedeutung des Konzentrationsindex als ein die Häufung beschreibendes Maß zu prüfen. Es sei deshalb auch bei den übrigen Beispielen versucht, den Grad der Repräsentativität des Konzentrationsindex auf Grund des Konzentrationsverhältnisses festzustellen, indem wir die Reihenfolge der Beispiele nach der Höhe des Konzentrationsindex geordnet jener nach der Höhe des Konzentrationsverhältnisses geordneten Reihe gegenüberstellen. Sind beide Reihenfolgen einander gleich, so bedeutet dies, daß der Konzentrationsindex die Häufung in gleicher Weise kennzeichnet wie das Konzentrationsverhältnis; der Aussagewert des Konzentrationsindex entspricht dann jenem des Konzentrationsverhältnisses. In der folgenden Zusammenstellung finden wir diese beiden statistischen Parameter einander gegenübergestellt. In der ersten Spalte sind die einzelnen Konzentrationsindizes größenmäßig geordnet eingetragen. Die Rangordnung dieser Zahlen findet sich in Spalte 2. Die Konzentrationsverhältnisse, die diesen Konzentrationsindizes entsprechen, sind in Spalte 3 zusammengestellt, während uns die Spalte 4 die Rangordnung dieser Konzentrationsverhältnisse vermittelt, die sich ergäbe, wenn auch diese Werte größenmäßig geordnet wären. Es zeigt sich nun, daß in 10 Fällen von insgesamt 19 die Rangordnungszahlen einander nicht entsprechen. So ergibt sich beispielsweise für das Kollektiv der Wohnungen nach der Zimmerzahl, daß das Konzentrationsverhältnis vom Jahre 1930 zum Jahre 1940 zugenommen hat, während der Konzentrationsindex eine Verminderung der Konzentration anzeigt. Die einzelnen Abweichungen der einander entsprechenden Rangordnungszahlen sind jedoch größtenteils unbedeutend; nur in zwei Fällen sind sie erwähnenswert, nämlich beim Kollektiv der Wohnungen nach der Zimmerzahl für das Jahr 1930 und bei der Verteilung der Hotelbetriebe nach der Bettenzahl. Um nun den Grad der Übereinstimmung zwischen der Reihe der Konzentrationsindizes und jener der Konzentrationsverhältnisse zahlenmäßig festzulegen, sei noch der *Spearman'sche* Koeffizient der Rangkorrelation ρ bestimmt, dessen Wert $+0,9$

Beispiel	δ	Rang ordnung	R	Rang- ordnung
Familien nach Kinderzahl, 2. Kollektiv	1,55	1	0,120	1
Familien nach Kinderzahl, 1. Kollektiv	1,60	2	0,123	2
Familien nach Kinderzahl, Technische Angestellte	1,67	3	0,147	3
Familien nach Kinderzahl, Betriebsleiter	1,67	4	0,147	4
Eintritte in Heil- und Pflegeanstalten	1,75	5	0,149	5
Familien nach Kinderzahl, Kaufmännische Angestellte	1,85	6	0,212	8
Wohnungen nach Zimmerzahl 1940	1,88	7	0,186	7
Familien nach Kinderzahl, Betriebsangestellte	1,91	8	0,226	9
Krankenzimmer nach Bettenzahl	1,91	9	0,242	11
Wohnungen nach Zimmerzahl 1930	1,92	10	0,158	6
Familien nach Kinderzahl, Berufsarbeiter	1,97	11	0,248	12
Familien nach Kinderzahl, insgesamt	2,05	12	0,275	13
Familien nach Kinderzahl, Hilfsarbeiter	2,13	13	0,297	14
Familien nach Kinderzahl, Handlanger	2,36	14	0,357	16
Hotelbetriebe nach Bettenzahl	2,49	15	0,228	10
Landwirtschaftliche Betriebe nach Kulturfläche	2,63	16	0,311	15
Notenumlauf nach Stückelung	6,46	17	0,489	17
Konkurse nach der Höhe der Forderungen	10,42	18	0,595	18
Aktiengesellschaften nach Aktienkapital	71,28	19	0,940	19

übersteigt. Dieser statistische Parameter, welcher der Einheit sehr nahe kommt, läßt auf eine befriedigende Verbundenheit der beiden Reihen der Rangordnungszahlen schließen²⁹⁾. Abgesehen von den angeführten, aus der Reihe herausspringenden Beispielen dürfte deshalb der Konzentrationsindex bei den herangezogenen Beispielen als Maß der Häufung nicht ganz ungeeignet sein. Der Aussagewert des Konzentrationsindex ist jedoch dann nicht zu überschätzen, wenn die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes nicht weitgehend miteinander übereinstimmen. Unbedenklich aber erscheint die Verwendung dieses Konzentrationsmaßes bei den meisten Einkommensver-

²⁹⁾ Neben der soeben angeführten statistischen Maßzahl wurde auch der die stochastische Verbundenheit zwischen den Werten des Konzentrationsindex und jenen des Konzentrationsverhältnisses kennzeichnende Korrelationskoeffizient ermittelt. Dieser nimmt den Wert $r = +0,9$ an.

teilungen, denn — darauf haben wir schon hingewiesen — diese sind in der Regel³⁰⁾ durch eine geringe Streuung der Klassenkonzentrationsindizes um ihr arithmetisches Mittel ausgezeichnet.

Dieses Merkmal ist den *Paretoschen* Verteilungen eigen (siehe auch S. 52), die der Gruppe der sog. J-Verteilungen angehören. Denken wir uns eine solche J-Verteilung als Kurve in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eingezeichnet, so fällt uns die extrem asymmetrische Lage des Scheitelpunktes der Kurve auf. Die Scheitelabszisse ist derart zusammengeschrumpft, daß sie dem Werte Null sehr nahe kommt; praktisch kann daher der Scheitelpunkt einer J-Verteilung als auf der Ordinatenachse liegend angenommen werden. Die Kurve scheint deshalb nur aus dem absteigenden Kurvenast (rechtsseitig des Scheitelpunktes) zu bestehen; tatsächlich aber ist sie nicht nur aus diesem absteigenden, sondern auch aus dem aufsteigenden Ast (linksseitig des Scheitelpunktes) gebildet, wobei dieser auf Kosten jenes Kurvenabschnittes äußerst verkümmert ist. Bei diesen J-Verteilungen läßt sich nun formal der Konzentrationsindex bestimmen; sinnvoll und zu einem brauchbaren Ergebnis führend ist die Berechnung jedoch nur bei den *Paretoschen* oder diesen sehr ähnlichen Verteilungen, zu denen vor allem die Einkommensverteilungen in ihrer überwiegenden Mehrzahl gehören.

6.

Die Tatsache, daß die Streuung der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes um ihren Mittelwert, das Konzentrationsmaß der Verteilung, bei einzelnen Verteilungen klein (z. B. bei der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925; Tabelle 2; sowie bei der Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden; Tabelle 13) und bei anderen Verteilungen groß ist (z. B. die Verteilung der Gewerbebetriebe in der Schweiz nach der Beschäftigtenzahl im Jahre 1939; Tabelle 7), muß sich — so scheint es — irgendwie begründen lassen. Wir überlegen uns, welche

³⁰⁾ Eine Ausnahme stellt beispielsweise die S. 22 ff. angeführte Einkommensverteilung bei den natürlichen Personen im Kanton Nidwalden für die Jahre 1938/1939 dar, auf die wir im folgenden wieder zurückkommen werden.

Bewandtnis es haben mag, daß die Gruppierung der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes um ihren Mittelwert verschieden-geartet sein kann.

Zu diesem Zwecke zeichnen wir uns die beiden Verteilungen der Einkommen im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 (Tabelle 2) und der Gewerbebetriebe in der Schweiz nach der Beschäftigtenzahl im Jahre 1939 (Tabelle 7) in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein; die Zensiten mit einem Einkommen, das

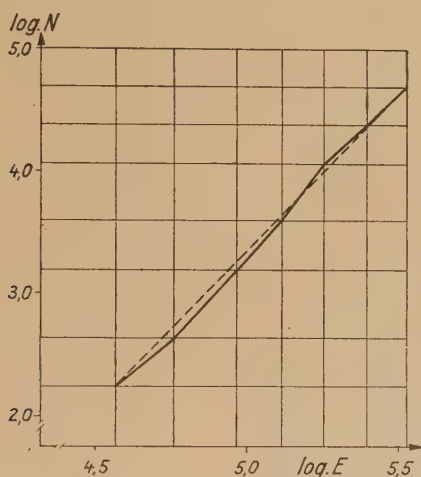


Abb. 1 a.

größer ist als 100 000 Franken, als 50 000 Franken usw. (Tabelle 3), seien auf der Ordinatenachse aufgetragen, während das diesen Zensiten entsprechende Einkommen auf der Abszissenachse zu finden ist. In ähnlicher Weise gehen wir bei den Gewerbebetrieben in der Schweiz vor; wir ordnen auf der Ordinatenachse der Anzahl der Gewerbebetriebe mit über 200 Personen, mit über 100 Personen usw. (Tabelle 8) und auf der Abszissenachse den entsprechenden Beschäftigtenzahlen je einen bestimmten Punkt zu. Auf den Koordinatenachsen seien aber nicht die natürlichen Zahlen der Tabellen 3 und 8 aufgetragen, sondern deren Logarithmen. Wir erhalten dann die beiden Streckenzüge in den Abbildungen 1 a und 1 b.

Beim Vergleich dieser beiden Streckenzüge fällt uns auf, daß der Streckenzug der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 sehr gut durch eine Gerade interpoliert werden kann (Abb. 1 a), während der Streckenzug, welcher der Gewerbebetriebsverteilung entspricht, eine auffallende Konvexität gegen die Abszissenachse aufweist (Abb. 1 b)³¹⁾. Wir erinnern uns, daß die Streuung der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes um ihren Mittelwert bei der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt

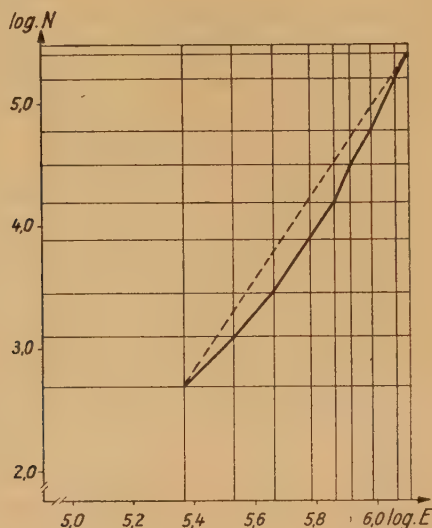


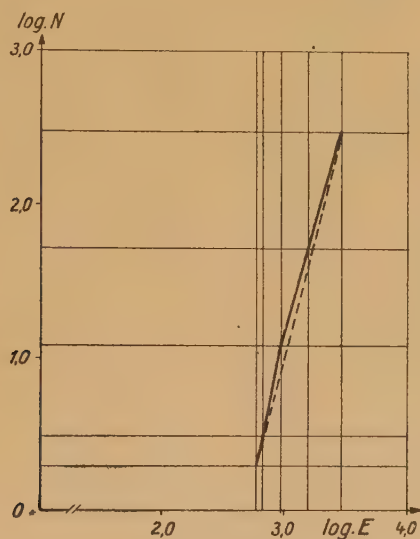
Abb. 1 b.

(Tabelle 4, Spalte 3) geringer war als bei der Gewerbebetriebsverteilung (Tabelle 9, Spalte 3). Diese Feststellung läßt uns vermuten, daß zwischen dem Verlauf der Streckenzüge in den Abbildungen 1 a und 1 b und der Streuung der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes um ihren Mittelwert ein Zusammenhang besteht. Tatsächlich wird die Gruppierung der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes um ihren Mittelwert desto enger, je mehr

³¹⁾ Um die Konvexität des Streckenzuges gegen die Abszissenachse einerseits (Abb. 1 b) und den geradlinigen Verlauf des Streckenzuges in Abb. 1 a andererseits besser hervortreten zu lassen, wurden der Anfangs- und der Endpunkt eines jeden dieser beiden Streckenzüge miteinander durch eine Gerade verbunden (gestrichelte Gerade in den Abbildungen 1 a und 1 b).

sich der Streckenzug an eine Gerade anschmiegt. Je größer die Durchbiegung des Streckenzuges nach oben oder nach unten ist, desto größer wird auch die Streuung der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes um ihren Mittelwert, den Konzentrationsindex der Verteilung.

Die Durchbiegung des Streckenzuges kann also entweder nach oben oder nach unten gerichtet sein. Wann, so fragen wir uns nun, wird dieser Streckenzug eine Durchbiegung nach oben und



* Abb. 1 c.

wann eine solche nach unten aufweisen? Der Streckenzug in Abb. 1 b (Gewerbebetriebe in der Schweiz im Jahre 1939; Tabelle 7) ist nach unten ausgebuchtet. Nun zeichnen wir uns in der gleichen Weise einen Streckenzug, der nach unten konkav ist. Ein solcher Streckenzug ergibt sich, wenn wir die Logarithmen je zweier entsprechender Werte der Summenreihen in Tabelle 14 (Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden) als Punkte in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eintragen und miteinander verbinden (Abb. 1 c). Diese Verteilung gehört in die Gruppe jener Gesamtheiten, deren Streckenzüge durch eine nach der Abszissenachse gerichteten Konkavität gekennzeichnet sind, während die Verteilung der Gewerbebetriebe nach der Personenzahl (Abb. 1 b

und Tabelle 8) zu jenen Verteilungen gezählt werden muß, deren Streckenzüge eine nach unten gerichtete Konvexität aufweisen.

Unterscheiden sich diese beiden Verteilungen — die der Einkommen der natürlichen Personen im Kanton Nidwalden (Tabellen 13, 14 und 15) und die der Gewerbebetriebe in der Schweiz (Tabelle 7, 8 und 9) — durch besondere Kennzeichen? Vergleichen wir die Werte der Klassenkonzentrationsindizes beider Kollektive miteinander (Tabelle 9, Spalte 3 und Tabelle 15, Spalte 3), so sehen wir, daß die Klassenkonzentrationsindizes bei der Gewerbebetriebsverteilung (Tabelle 9, Spalte 3) von den Betrieben mit über 1 Person (Zeile 2) bis zu den Betrieben mit über 200 Personen (Zeile 9) vom Werte 6,31 bis zum Werte 3,65 abnehmen, während die Klassenkonzentrationsindizes bei der Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden (Tabelle 15, Spalte 3) von der zweiten Zeile an (Einkommen über 10 000 Franken) vom Werte 2,52 bis zum Werte 3,29 (Zeile 5) zunehmen. Steigenden Werten der Klassenkonzentrationsindizes bei steigender Klassenordnung entspricht also ein gegen die Abszissenachse konkaver Streckenzug (Tabelle 15, Spalte 3 und Abb. 1 c); fallende Werte der Klassenkonzentrationsindizes bei steigender Klassenordnung aber finden ihren Ausdruck in einem gegen die Abszissenachse konvexen Streckenzug (Tabelle 9, Spalte 3 und Abb. 1 b).

Nun drängt sich uns die Frage auf, worauf es beruhen mag, daß die Klassenkonzentrationsindizes bei bestimmten statistischen Verteilungen mit steigender Klassenordnung abnehmen (Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz; Tabelle 9, Spalte 3), und daß sie bei anderen Kollektiven mit steigender Klassenordnung zunehmen (Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden; Tabelle 15, Spalte 3). Warum äußert sich — so fragen wir uns weiter — diese Zunahme der Klassenkonzentrationsindizes bei steigender Klassenordnung graphisch in einem gegen die Abszissenachse konkaven Streckenzug (Abb. 1 c), und warum entsprechen einem Streckenzug, dessen Ausbuchtung gegen die Abszissenachse gerichtet ist, Klassenkonzentrationsindizes, deren Werte bei steigender Klassenordnung abnehmen (Abb. 1 b)? Zur Beantwortung dieser Frage — wir wenden uns zuerst der letzteren dieser beiden Fragen zu — müssen wir uns vorerst vergegenwärtigen, welche Bedeutung den Klassenkonzentrationsindizes und deren Mittelwert, dem Konzentrationsindex der Verteilung, in bezug auf ihr

graphisches Bild zufällt. Der Konzentrationsindex der gesamten Verteilung, d.h. der Mittelwert aus den Klassenkonzentrationsindizes, stellt den zahlenmäßigen Ausdruck der Neigung einer den Streckenzug dieser Verteilung interpolierenden Geraden dar³²⁾. In entsprechender Weise bedeuten die Klassenkonzentrationsindizes die Werte der Neigungen der Teilstrecken im Streckenzug, wobei die Anfangspunkte dieser Teilstrecken jenen Klassen zugeordnet sind, die diesen Klassenkonzentrationsindizes entsprechen. Beachten wir, daß jener Punkt des Streckenzuges, der durch den

³²⁾ Dieses Entsprechungsverhältnis zwischen dem Konzentrationsindex und der Geradenneigung kann folgendermaßen abgeleitet werden. Die Interpolationsgerade durch den Streckenzug in Abb. 1 a, 1 b oder 1 c hat die Gleichung:

$$\log N = \delta \log E - \log A.$$

N = Zensiten mit einem Einkommen, das über einer bestimmten Grenze liegt;

E = deren Einkommen.

Wenn der Streckenzug mit dieser Geraden zusammenfällt, ändert sich der Wert der Konstanten δ und jener der Konstanten A nicht, d.h. es besteht die Beziehung:

$$\log N_i = \delta \log E_i - \log A,$$

wobei N_i und E_i die Werte von N und E an irgend einer Stelle i des Streckenzuges bezeichnen. Subtrahiert man von dieser Beziehung die Beziehung

$$\log N_g = \delta \log E_g - \log A$$

(N_g = Gesamtzahl der Zensiten; E_g = Einkommenssumme)

d.h. die Gleichung jener Geraden, die durch einen bestimmten Punkt, nämlich durch den Endpunkt des Streckenzuges geht, so erhält man:

$$\log N_i - \log N_g = \delta (\log E_i - \log E_g)$$

oder mit den Bezeichnungen der Tabelle 4, Spalten 1 und 2

$$V_z = V_e^\delta.$$

Wie erinnerlich, haben wir die Konzentration nach dieser Beziehung bestimmt. Die Klassenkonzentrationsindizes sind hier einander gleich und deshalb auch gleich ihrem Mittelwert. Diese Gleichheit der Klassenkonzentrationsindizes besteht aber nur dann, wenn sich die Annahme, daß der Streckenzug mit der Geraden zusammenfällt, bewahrheitet.

größten Abstand vom Koordinatenursprung (in Abszissenrichtung) gekennzeichnet ist, der Klasse erster Ordnung entspricht, und daß jener Punkt des Streckenzuges, der dem Koordinatenursprung am nächsten liegt, zur Klasse höchster Ordnung gehört, so erklärt es sich, daß bei steigender Klassenordnung und steigenden Klassenkonzentrationsindizes der Streckenzug nach oben ausgebuchtet sein wird (Abb. 1 c), denn nur dann werden die Neigungen (gegenüber der Abszissenachse) der Verbindungsgeraden je zweier benachbarter Punkte auf dem Streckenzug größer, wenn man dem Streckenzug von rechts nach links, d. h. gegen die Ordinatenachse zu, entlang fährt. Ist der Streckenzug nach unten ausgebuchtet, so werden die Neigungswinkel (gegenüber der Abszissenachse) der Verbindungsgeraden je zweier benachbarter Punkte auf dem Streckenzug (Teilstrecken) — also auch die entsprechenden Klassenkonzentrationsindizes — kleiner, wenn man den Streckenzug von rechts nach links durchwandert (Abb. 1 b).

7.

In welcher Weise wirkt es sich auf das Kollektiv aus, wenn die Klassenkonzentrationsindizes bei steigender Klassenordnung zu- oder abnehmen? Damit gelangen wir zur ersten der beiden Fragen, die wir uns gestellt haben. Zu ihrer Beantwortung gehen wir davon aus, daß die Konzentration der Elemente des Kollektivs (die Zensiten bei den Einkommensverteilungen der Tabellen 2 und 13; die Gewerbebetriebe bei der Gewerbebetriebsverteilung der Tabelle 7) bezüglich des Merkmals (die Einkommenshöhe bei den Einkommensverteilungen; die Anzahl der Beschäftigten bei der Gewerbebetriebsverteilung) durch die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes wiedergegeben wird. Sind die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes ihrem Werte nach gleich, so wird die Konzentration durch den Wert dieser Konzentrationsindizes bestimmt. Bei Klassenkonzentrationsindizes, die wertmäßig verschieden sind, ist es unzumutbar und unübersichtlich, die Häufung durch alle diese Werte darzustellen³³). Um nun das Ausmaß der Konzentration nicht durch mehrere Klassenkonzentrationsindizes charak-

³³) Die Brauchbarkeit des Konzentrationsindex als ein die Häufung kennzeichnendes Maß erscheint in diesem Falle vermindert.

terisieren zu müssen, behelfen wir uns damit, daß wir — in gewohnter Weise — aus diesen einzelnen untereinander ungleichen Klassenkonzentrationsindizes einen Mittelwert — beispielsweise das arithmetische Mittel — bilden. Dieser Mittelwert aus den Klassenkonzentrationsindizes — der mittlere Klassenkonzentrationsindex — ist das die Verteilung kennzeichnende Konzentrationsmaß. Jeder Klassenkonzentrationsindex kann nun durch diesen Mittelwert ersetzt werden.

Wir haben bis jetzt aus den Summenreihen der Zensiten und deren Einkommen (Tabelle 3, Spalten 1 und 2; Tabelle 14, Spalten 1 und 2) und aus den Summenreihen der Gewerbebetriebe und deren Beschäftigtenzahl (Tabelle 8, Spalten 1 und 2) die (empirischen) Klassenkonzentrationsindizes bestimmt. Wir können aber auch den umgekehrten Weg einschlagen und aus den Klassenkonzentrationsindizes die Summenreihe der Zensiten bzw. der Gewerbebetriebe berechnen (vorausgesetzt, daß die Klasseneinkommen bzw. die Beschäftigtenzahlen als gegeben angenommen werden). Ersetzen wir die einzelnen (empirischen) Klassenkonzentrationsindizes durch ihren theoretischen Wert, das arithmetische Mittel aus diesen (empirischen) Klassenkonzentrationsindizes, so können wir auf Grund dieses theoretischen Wertes der Klassenkonzentrationsindizes die theoretische Summenreihe der Zensiten bzw. der Gewerbebetriebe errechnen. Drückt sich — so fragen wir uns — die Zu- oder Abnahme der (empirischen) Klassenkonzentrationsindizes bei steigender Klassenordnung (Tabelle 9, Spalte 3; Tabelle 15, Spalte 3) in einer charakteristischen Verschiedenheit der berechneten (theoretischen) Summenreihe der Zensiten (oder der Gewerbebetriebe) von der wirklichen (empirischen) Summenreihe der Zensiten (oder Gewerbebetriebe) aus? Die Antwort auf diese Frage ergibt sich, wenn wir für die Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden (zunehmende Klassenkonzentrationsindizes bei steigender Klassenordnung; Tabelle 15, Spalte 3) und für die Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz (abnehmende Werte der Klassenkonzentrationsindizes bei steigender Klassenordnung; Tabelle 9, Spalte 3) die theoretischen Zensiten- bzw. Gewerbebetriebszahlen in einer jeden Einkommens- bzw. Betriebsgrößenklasse bestimmen, nachdem wir vorher die entsprechenden Summenreihen ermittelt haben. Diese letzteren sind in den beiden folgenden Zusammenstellungen zu finden:

Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden.

Einkommensklassen (1000 Fr.)	$N_{th}^{*)}$	$N_e^{**)}$
über 4	303	303
„ 10	39	53
„ 20	10	12
„ 50	4	3
„ 100	3	2

*) Theoretische Summenreihe der Anzahl der Zensiten.

**) Empirische Summenreihe der Anzahl der Zensiten (aus Tabelle 14, Spalte 1).

Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz.

Betriebe	$N_{th}^{*)}$	$N_e^{**)}$
insgesamt	244 429	244 429
mit über 1 Person	175 740	157 086
„ „ 3 Personen	66 469	59 503
„ „ 5 „	34 814	32 093
„ „ 10 „	17 004	15 783
„ „ 20 „	7 763	8 026
„ „ 50 „	1 958	2 982
„ „ 100 „	481	1 261
„ „ 200 „	84	492

*) Theoretische Summenreihe der Anzahl der Gewerbebetriebe.

**) Empirische Summenreihe der Anzahl der Gewerbebetriebe (nach Tabelle 8, Spalte 1).

Wodurch unterscheiden sich — so stellt sich uns zunächst die Frage — die empirischen von den theoretischen Summenreihen? Zur Beantwortung dieser Frage vergleichen wir diese beiden Summenreihen in jeder der beiden gegebenen Verteilungen, indem wir zu diesem Zwecke die empirischen Häufigkeiten auf die entsprechenden, gleich 100 gesetzten theoretischen Häufigkeiten beziehen. Dadurch erhalten wir die im folgenden wiedergegebenen einfachen Indexzahlen.

Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden.

Einkommensklassen (1000 Fr.)	N_{th}	N_e
über 4	100	100
„ 10	100	136
„ 20	100	120
„ 50	100	75
„ 100	100	67

Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz.

Betriebe			N _{th}	N _e
insgesamt			100	100
mit	über	1 Person	100	89
"	"	3 Personen	100	89
"	"	5 "	100	92
"	"	10 "	100	93
"	"	20 "	100	103
"	"	50 "	100	152
"	"	100 "	100	262
"	"	200 "	100	586

Es fällt auf, daß die den empirischen Häufigkeiten zugehörigen einfachen Indexzahlen bei der Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden mit steigender Klassenordnung zuerst zu- und dann abnehmen, während sie umgekehrt bei der Gewerbebetriebsverteilung zuerst ab- und dann zunehmen.

Nun interessiert es uns zu erfahren, wie sich diese in den einfachen Indexzahlen sich äuernde Bewegung auf die einzelnen Klassenbesetzungszahlen einer jeden dieser beiden Verteilungen auswirkt. Diese Klassenhäufigkeiten lassen sich nun aus den angeführten Summenreihen ermitteln, indem beispielsweise die Zahl

Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden.

Einkommensklassen (1000 Fr.)	N _{th}		N _e *)	
4— 10	264	100	250	95
10— 20	29	100	41	141
20— 50	6	100	9	150
50—100	1	100	1	100
über 100	3	100	2	67

Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz.

Betriebe			N _{th}		N _e *)	
mit	1 Person		68 689	100	87 343	127
"	2— 3 Personen		109 271	100	97 583	89
"	4— 5 "		31 655	100	27 410	87
"	6— 10 "		17 810	100	16 310	92
"	11— 20 "		9 241	100	7 757	84
"	21— 50 "		5 805	100	5 044	87
"	51—100 "		1 477	100	1 721	117
"	101—200 "		397	100	769	194
"	über 200 "		84	100	492	586

*) Diese empirischen Häufigkeiten sind den Tabellen 13 bzw. 7 entnommen.

der Zensiten, denen ein Einkommen von über 10 000 Fr. zufließt (39 bei der theoretischen Summenreihe, 53 bei der empirischen Summenreihe), von der Gesamtzahl der Zensiten (303) subtrahiert wird. Wir erhalten dadurch die Zensitenzahl in der Einkommensklasse erster Ordnung (Einkommen von 4000 bis 10 000 Franken). In entsprechender Weise ergeben sich die übrigen Klassenhäufigkeiten, die in vorstehender Tabelle zusammengestellt sind.

Um nun die theoretischen Klassenhäufigkeiten in einer jeden dieser beiden Verteilungen besser miteinander vergleichen zu können, wurden diese gleich 100 gesetzt und die entsprechenden empirischen Werte auf diese gleich 100 gesetzten Werte, die theoretischen oder erwarteten Häufigkeiten, bezogen. Der Vergleich der theoretischen mit den empirischen Klassenhäufigkeiten in jeder der beiden Verteilungen zeigt uns, daß bei der Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden die empirischen Zensitenzahlen in den Einkommensklassen erster und letzter Ordnung kleiner sind als die entsprechenden theoretischen Zensitenzahlen. Andererseits entsprechen den erwarteten Gewerbebetriebszahlen in den Beschäftigtenklassen erster Ordnung und 7. bis 9. Ordnung größere Werte der zugehörigen empirischen Gewerbebetriebszahlen. Dies scheint darauf hinzudeuten, daß ein Zusammenhang besteht zwischen den fallenden bzw. steigenden Klassenkonzentrationsindizes und der Überbesetzung der unteren und oberen Gewerbebetriebsklassen bei der angeführten Gewerbebetriebsverteilung (Betriebe mit 1 Person, Betriebe mit 51—100 Personen, mit 101—200 Personen und mit über 200 Personen) bzw. der Unterbesetzung der Einkommensklassen erster und letzter Ordnung bei der Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden. Dieses bei den beiden angeführten Verteilungen nachgewiesene Entsprechungsverhältnis zwischen den Klassenkonzentrationsindizes und den ihnen entsprechenden Klassenhäufigkeiten steht nicht vereinzelt da, sondern läßt sich allgemein nachweisen, wie dies in Anhang 1 gezeigt werden soll.

Die fallenden Klassenkonzentrationsindizes, d. h. die Überbesetzung der unteren und oberen Klassen stellen — unseres Wissens — den Normalfall dar. Sind aber die Klassenkonzentrationsindizes wertmäßig untereinander gleich (oder annähernd gleich), so sind die einzelnen empirischen Werte der Summen-

reihe und der ihr entsprechenden Klassenhäufigkeiten gleich (oder annähernd gleich) den entsprechenden theoretischen Werten der Summenreihe und also der Klassenhäufigkeiten, wie dies beispielsweise bei der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 der Fall ist ³⁴⁾. Die empirischen Werte der Klassenbesetzungszahlen können dann durch die entsprechenden theoretischen Werte ersetzt werden. Der Konzentrationsindex, d. h. der Mittelwert aus den Klassenkonzentrationsindizes, die in diesem Falle alle gleich oder zumindest annähernd gleich sind, kann dann als geeignetes Maß der Häufung bezeichnet werden.

8.

Bei der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 (Tabelle 2) fanden wir, daß hier der Konzentrationsindex zur Kennzeichnung der Häufung geeignet ist, denn der Streckenzug, der dieser Einkommensverteilung entspricht, kann sehr gut durch eine Gerade interpoliert werden (Abb. 1 a). Nun fragen wir uns, ob sich bei jeder Einkommensverteilung ein geradenähnlicher Streckenzug ergibt, wenn die Logarithmen der aufsummierten Zensitenzahlen und der diesen Zensiten entsprechenden Einkommen graphisch dargestellt werden.

Schon vor rund 50 Jahren hat sich ein berühmter Nationalökonom mit dieser Frage beschäftigt und eine bejahende Antwort darauf gefunden. Im Jahre 1895 hat *Vilfredo Pareto* erstmals eine Gesetzmäßigkeit der Beziehung zwischen der Anzahl der Zensiten und der Höhe ihrer Einkommen entdeckt ³⁵⁾. Die

³⁴⁾ Für diese Einkommensverteilung wurden ebenfalls die theoretischen Klassenhäufigkeiten bestimmt. Diese seien hier mit den empirischen Werten (aus Tabelle 2, Spalte 1) verglichen:

Einkommensklassen (1000 Fr.)	N_{th}		N_e	
bis 4	27 249	100	27 335	100,3
4— 6	14 459	100	13 871	95,9
6— 10	6 324	100	6 893	109,0
10— 20	2 620	100	2 713	103,5
20— 50	1 313	100	1 184	90,2
50—100	339	100	290	85,5
über 100	156	100	174	111,5

³⁵⁾ *Pareto*, V. [8], S. 59—68.

endgültige Formulierung dieser Gesetzmäßigkeit finden wir in einer ein Jahr später erschienenen Arbeit *Pareto*s [9]. Diese Gesetzmäßigkeit faßt *Pareto* in seiner Beziehung

$$N = \frac{A}{x^\alpha}$$

oder, was dasselbe ist,

$$\log N = \log A - \alpha \log x$$

zusammen. In dieser Beziehung bedeuten x ein bestimmtes Einkommen³⁶⁾ und N die Zahl der Einkommen, die gleich oder größer sind als x (oder auch, was das gleiche aussagt, die Zahl der Zensiten, deren Einkommen gleich oder größer ist als x); A und α sind konstante Größen.

Pareto fand für verschiedene Länder und verschiedene Jahre nur geringfügige Schwankungen der Konstanten α ³⁷⁾. In der folgenden Zusammenstellung seien einige seiner Ergebnisse wiedergegeben³⁸⁾:

³⁶⁾ Bei *Pareto* ist x jeweils die untere Einkommensklassengrenze einer jeden Klasse, während *Gini* seiner Beziehung nicht die Einkommensklassengrenzen, sondern das den Zensiten entsprechende Einkommen zugrunde legt.

³⁷⁾ Auf Grund dieses Ergebnisses kann die Frage, ob sich bei jeder Einkommensverteilung ein geradenähnlicher Streckenzug ergibt, wenn man die Logarithmen der aufaddierten Zensitenzahlen auf der Ordinatenachse, die Logarithmen der diesen Zensiten entsprechenden Einkommenswerte auf der Abszissenachse aufträgt und die durch Punkte gekennzeichneten Wertepaare durch Teilstrecken verbindet, ob also die *Paretosche* Beziehung für alle Einkommensverteilungen gilt, grundsätzlich bejaht werden. Grundsätzlich, denn — und darauf hat schon *Pareto* hingewiesen — es gibt Einkommensverteilungen, die sich durch eine Gerade nicht mit befriedigender Annäherung interpolieren lassen. Für solche Verteilungen hat *Pareto* eine erweiterte Beziehung aufgestellt, nämlich ([9], S. 378—379):

$$N = \frac{A}{(x + a)^\alpha} 10^{-\beta x}$$

worin a und β Konstanten bedeuten. Diese Beziehung ist — durch *Pareto*s eigene Worte ausgedrückt — „... probablement la forme générale des courbes de distribution“ ([9], S. 379).

³⁸⁾ *Pareto*, V. [9], S. 376.

	α
England 1843	1,50
England 1879—1880	1,35
Preußen 1876	1,72
Preußen 1881	1,73
Preußen 1886	1,68
Preußen 1894	1,60
Sachsen 1880	1,58
Sachsen 1886	1,51
Italienische Städte ³⁹⁾	1,45

Auf Grund dieser räumlichen und zeitlichen Konstanz der *Pareto*-schen Konstante α spricht *Pareto* von einer „loi naturelle qui nous révèle une tendance des revenus à se grouper d'une certaine façon“ ⁴⁰⁾.

Wir wollen nun den *Ginischen* Konzentrationsindex δ dem *Paretoschen* Verteilungsmaß α ⁴¹⁾ gegenüberstellen. Zu diesem Zwecke fragen wir nach den Vor- und Nachteilen des Konzentrationsindex verglichen mit dem *Paretoschen* Maß, wobei wir unser Augenmerk einerseits auf die Vor- und Nachteile bezüglich der Kennzeichnung einer empirisch gegebenen Einkommensverteilung richten können — die *Paretosche* Konstante wird in der Hauptsache bei Einkommensverteilungen angewendet, wenn sie auch nicht auf diese beschränkt bleibt —, oder andererseits darauf, welcher dieser beiden statistischen Parameter besser geeignet erscheint, über das Ausmaß der Häufung auszusagen. Was die erstgenannte Fragestellung betrifft, dürfte der *Paretoschen* Darstellung einer Einkommensverteilung im rechtwinkligen Koordinatensystem der Vorzug gegeben werden, wobei als Ordinaten die Logarithmen der Zahl der Zensiten aufgetragen werden, deren Einkommen gleich oder größer als ein bestimmter Wert x sind, während auf der Abszissenachse die Logarithmen aus den entsprechenden Klassengrenzen x abgesteckt werden; dem *Paretoschen* Parameter kommt hier als Steigung jener Geraden, die den dadurch sich ergebenden Streckenzug interpoliert, eine klare Bedeutung zu. Diese Darstellungsweise ist auch für den mathematisch weniger Ge-

³⁹⁾ Ancona, Arezzo, Belluno, Bologna, Cuneo, Ferrara, Firenze, Foggia, Grosseto, Mantova, Massa, Modena, Parma, Pavia, Perugia, Pesaro, Pisa, Reggio-Emilia, Siena, Sondrio, Treviso, Udine, Vicenza.

⁴⁰⁾ *Pareto*, V. [9], S. 375.

⁴¹⁾ *Pareto* selbst bezeichnet die Konstante α nicht als ein Konzentrationsmaß, sondern als eine das *Paretosche* Gesetz kennzeichnende Konstante, als ein Verteilungsmaß.

schulten ansprechend. So ist diese Art, eine Einkommensverteilung bildlich festzuhalten, im Schrifttum nicht wenig verbreitet.

Wie verhält es sich aber bezüglich der zweiten der aufgeworfenen Fragen? Welches Maß, das *Paretosche* oder das *Ginische*, erscheint besser geeignet, über das Ausmaß der Häufung auszusagen? Es dürfte nunmehr unbestritten sein, daß hier der Konzentrationsindex der *Paretoschen* Konstante überlegen ist. Während das *Paretosche* Verteilungsmaß nicht gestattet, in einfacher und durchsichtiger Weise eine Aussage über das Maß der Häufung zu machen ⁴²⁾, ist demgegenüber dies an Hand des Konzentrationsindex möglich. Dieser läßt sich in der Tat in einfacher Weise deuten, wie aus den folgenden Ausführungen hervorgehen wird.

Zur Bestimmung des Konzentrationsindex gehen wir bekanntlich (vgl. Abschnitt 1 dieses Kapitels) von den Summenreihen der Zensitenzahlen und den diesen Zensiten entsprechenden Einkommen aus. Hierauf bilden wir die Verhältnisse aus den aufaddierten Zensitenzahlen und der Gesamtzahl der Pflichtigen bzw. aus den entsprechenden aufsummierten Einkommen und der Einkommenssumme. Den Quotienten aus der aufsummierten Zensitenzahl und der gesamten Pflichtigenzahl, d. h. das Zensitenverhältnis, haben wir mit V_z und jenen aus den aufaddierten Werten der Klasseneinkommen und der Einkommenssumme, d. h. das Einkommensverhältnis, mit V_e bezeichnet (vgl. Tabelle 4, Spalten 1 und 2). Die Einkommensverhältnisse sind nun regelmäßig wertverschieden von den entsprechenden Zensitenverhältnissen. Das

⁴²⁾ So war *Pareto* selbst ursprünglich der Ansicht, daß mit wachsendem α die Ungleichmäßigkeit in der Verteilung ausgeprägter wird, was in der Folge zu einer Kontroverse geführt hat. Die Ableitung einer theoretischen Beziehung zwischen α und δ bringt ohne weiteres Klarheit in diese Bedeutungsunstimmigkeit. Diese Beziehung lautet

$$\delta = \frac{\alpha}{\alpha - 1}.$$

Bei der Ableitung dieser Beziehung wurden zwei Wege eingeschlagen, ein elementar-mathematischer umständlicherer Weg und andererseits ein kürzerer Weg, der aber von den Rechenregeln der Infinitesimalrechnung Gebrauch macht. Den ersten Weg hat *Gini* im Jahre 1910 (vgl. [2], S. 35) und *Savorgnan* im Jahre 1915 (vgl. [10], S. 878—881) beschritten. Auf dem zweiten Wege wurde diese Beziehung von *L. V. Furlan* im Jahre 1911 [5] und von *E. Czuber* (im Jahre 1914) [3] abgeleitet.

Ausmaß dieser Verschiedenheit deutet — wie wir gesehen haben — auf den Grad der Häufung hin. Als zahlenmäßigen Ausdruck für den Grad der Konzentration hat *Gini* jenen Zahlenwert definiert, mit welchem das Einkommensverhältnis V_e zu potenzieren ist, um gleich dem Zensitenverhältnis V_z zu sein; formelmäßig ausgedrückt bedeutet dies

$$V_e^\delta = V_z.$$

Ist nun aus den empirisch gegebenen Werten V_e und V_z der Konzentrationsindex bestimmt, so können wir für ein beliebig vorgegebenes Einkommensverhältnis (z. B. $V_e = 1/2$) das entsprechende Zensitenverhältnis V_z ermitteln. So finden wir beispielsweise, daß für $\delta = 2$ die Hälfte der Einkommenssumme ($V_e = 1/2$) auf jenes Viertel der gesamten Zensitenzahl mit hohen und höchsten Einkommen ($V_z = 1/4$) entfällt, denn es gilt die Beziehung

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

Nimmt nun der Konzentrationsindex den Wert 3 an, so bedeutet dies, daß die halbe Einkommenssumme nur noch einem Achtel der Gesamtzahl der Pflichtigen zufällt. In analoger Weise kann für jedes vorgegebene Einkommensverhältnis das entsprechende Zensitenverhältnis für weitere Werte des Konzentrationsindex errechnet werden. Dem Konzentrationsindex wohnt also eine einfache und durchsichtige Bedeutung inne ⁴³⁾.

⁴³⁾ Fragen wir uns, was es bedeutet, wenn der Konzentrationsindex einen hohen oder einen geringen Wert einnimmt, so gelangen wir auf Grund der Beziehung

$$V_e^\delta = V_z$$

zu folgender Erklärung. Setzen wir den Konzentrationsindex gleich 1 (geringster Wert des Konzentrationsindex), so ist der Anteil der aufsummierten Einkommen an der Einkommenssumme gleich dem Anteil der entsprechenden aufsummierten Zensitenzahl an der Gesamtzahl der Zensiten. Der Hälfte der Einkommenssumme entspricht dann die Hälfte der gesamten Zensitenzahl. Wird aber der Konzentrationsindex sehr groß (sehr hohe Konzentration), so nimmt — jener Beziehung zufolge — das auf die höchste Einkommensklasse entfallende Einkommen zu, bis es der Größe der Einkommenssumme sehr nahe kommt, oder es nimmt die Zahl der Zensiten in der höchsten Einkommensklasse bis auf 1 ab, oder (und) die Zunahme des Einkommens in der höchsten Einkommensklasse erhöht sich, während gleichzeitig die Zahl der Zensiten in dieser Einkommensklasse abnimmt.

Das bisher Gesagte gilt bei Verteilungen, die das *Paretosche* Gesetz streng erfüllen, d. h. bei sog. *Paretoschen* Verteilungen. Tatsächlich aber wird dieses Gesetz praktisch nie in vollkommener Weise erfüllt. Für solche empirische Verteilungen, die dem *Paretoschen* Gesetz nur annähernd entsprechen, führt *Gini* einige weitere Vorteile des Konzentrationsindex an ⁴⁴⁾. So wird durch den Konzentrationsindex der Grad der Häufung für die gesamte Verteilung ausgedrückt, während bei α die Einkommensklasse erster Ordnung nicht berücksichtigt werden kann, wenn diese nach unten offen, d. h. wenn bei ihr die untere Klassengrenze unbekannt ist. Weiter ist die Annäherung der theoretischen Werte der Klassenhäufigkeiten an die empirischen größer, wenn der Berechnung der Konzentrationsindex zugrunde gelegt wird. Das Anwendungsgebiet des Konzentrationsindex ist ausgedehnter als jenes des *Paretoschen* Verteilungsmaßes. Der Parameter δ ist außerdem empfindlicher gegenüber Veränderungen in der Einkommensverteilung und unempfindlicher gegenüber der Berechnungsmethode als die Konstante α . Weiter sei angeführt, daß in die Berechnung des Konzentrationsindex zwei kennzeichnende Größen der Verteilung — nämlich die Zahl der Zensiten einerseits und deren Einkommen andererseits — eingehen, während die Bestimmung des *Paretoschen* Parameters allein auf der Zahl der Pflichtigen als einziger, von Einkommensverteilung zu Einkommensverteilung veränderlicher Größe beruht. Endlich weist *Gini* darauf hin, daß der Einfluß der Steuerflucht auf den Wert des Konzentrationsindex weniger einzuwirken vermag als auf den theoretischen Wert dieses Parameters, d. h. auf den aus der theoretischen Beziehung zwischen α und δ ermittelten Konzentrationsindex.

Aus dieser kurzen Aufzählung lassen sich die Vorteile praktischer Natur ersehen, die nach *Gini* den Konzentrationsindex vom *Paretoschen* Verteilungsmaß unterscheiden.

⁴⁴⁾ *Gini, C.* [2], S. 49—58.

KAPITEL 2

Die Einkommensverteilungen im Kanton Basel-Stadt in den Jahren 1888 bis 1942

1.

Im vorhergehenden Kapitel haben wir die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten des Konzentrationsindex aufzuzeigen versucht. Im folgenden beschränken wir uns nun auf die Einkommensverteilungen im Kanton Basel-Stadt.

Wir haben den Begriff des *Ginischen* Konzentrationsindex an Hand der Einkommensverteilung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1925 (Tabellen 2, 3 und 4) erklärt. Es ergab sich, daß die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes sehr eng um ihren Mittelwert, den Konzentrationsindex der Verteilung, gruppiert sind, so daß dieser als ein brauchbares Maß zur Kennzeichnung der Konzentration betrachtet werden kann. Die Einkommensverteilungen erscheinen also besonders geeignet, mittels des Konzentrationsindex auf ihre Konzentration hin untersucht zu werden. Es lag deshalb nahe, Einkommensverteilungen als Beispiel der Konzentrationsbestimmung an erster Stelle zu nennen. Im folgenden beschränken wir uns auf die Einkommensverteilungen im Kanton Basel-Stadt, denn hier sind uns die Angaben über die Anzahl der Zensiten und über die Höhe ihrer Einkommen seit dem Jahre 1888¹⁾, d. h. für rund ein halbes Jahrhundert gegeben. Die Zahlenangaben in den einzelnen Jahren entstammen den folgenden Veröffentlichungen des Statistischen Amtes des Kantons Basel-Stadt:

1. für die Zeitspanne von 1888 bis 1903:

Mangold, F.: Basels Staatseinnahmen und Steuerverteilung 1888—1903 [9];

2. für die Zeitspanne von 1904 bis 1920:

Jenny, O. H.: Die Entwicklung der direkten Hauptsteuern des Kantons Basel-Stadt 1904—1920 [8];

¹⁾ Wir begrenzen den Beobachtungszeitraum durch die Jahre 1888 und 1942.

3. für die Zeitspanne von 1921 bis 1942:

Statistische Jahrbücher des Kantons Basel-Stadt.

Dadurch, daß sich der Beobachtungszeitraum über rund ein halbes Jahrhundert erstreckt, wird es notwendig, auf die Vergleichbarkeit der Verteilungen in den drei Zeitabschnitten (1888—1903, 1904 bis 1920, 1921—1942) näher einzugehen.

2.

Die Vergleichbarkeit der einzelnen Einkommensverteilungen ist nach zwei Richtungen hin zu untersuchen:

1. bezüglich der Steuergesetze betreffend die direkten Steuern²⁾;
2. bezüglich der Klassenaufteilung.

Zur Beantwortung der Frage, ob die Änderung der steuergesetzlichen Normen auf die Vergleichbarkeit der Einkommensverteilungen und insbesondere der diesen Einkommensverteilungen entsprechenden Konzentrationsindizes einzuwirken vermag, gilt es vor allem, sich über den Begriff des steuerbaren Einkommens, der in den Steuergesetzen umschrieben ist, Klarheit zu verschaffen³⁾. Nach dem Steuergesetz betreffend die direkten Steuern vom 21. März 1887 ist das gesamte Einkommen der Besteuerung unterworfen, „aus welchen Einzelerträgen es sich auch zusammensetze. Das Arbeits- und Berufseinkommen sowohl, wie das Einkommen aus Kapital- oder Grundrente oder der Konjunkturgewinn, alles unterliegt in summa der Einkommenssteuer...“⁴⁾. Das Steuer-

²⁾ In die 55jährige Beobachtungsperiode fallen die folgenden Steuergesetze:

1. Das Steuergesetz betreffend die direkten Steuern vom 21. März 1887;
2. Das Steuergesetz betreffend die direkten Steuern vom 14. Oktober 1897;
3. Das Steuergesetz betreffend die direkten Steuern vom 6. April 1922.

³⁾ Veränderungen der Steuerprogression wirken auf die Höhe des Steuerertrages ein, nicht aber auf die Höhe des steuerbaren Einkommens; solche Veränderungen beeinflussen deshalb den Konzentrationsindex nicht. Dieser wird aber auch von Verschiebungen in der Höhe des steuerfreien Einkommens nicht berührt; denn die unterste Einkommensklasse (Klasse 1. Ordnung) wird bei der Berechnung des Konzentrationsindex nicht berücksichtigt.

⁴⁾ Mangold, F. [9], S. 21. Von diesem Gesamteinkommen kann der Pflichtige die Verluste abrechnen, die er während des für die Besteuerung maßgeblichen Jahres erlitten hat ([9], S. 21).

gesetz betreffend die direkten Steuern vom 14. Oktober 1897 umfaßt das steuerbare Einkommen in gleicher Weise wie das Steuergesetz vom 21. März 1887: „Steuerbar ist der Gesamtbetrag jeder Art von Einkommen, Erwerb und Gewinn“⁵⁾. Mit den gleichen Worten umschreibt das heute noch geltende Steuergesetz betreffend die direkten Steuern vom 6. April 1922 in § 17 das steuerbare Einkommen. Diesen drei Steuergesetzen (von 1887, 1897 und 1922) liegt — was die Einkommenssteuer betrifft — dasselbe Steuerobjekt zugrunde⁶⁾. Die Einkommensverteilungen der Jahre 1888 bis 1942 sind also bezüglich des Steuerobjektes miteinander vergleichbar. Sind diese Einkommensverteilungen nun auch in bezug auf die Klassenaufteilung miteinander vergleichbar?

Um diese Frage beantworten zu können, müssen wir die Klassengrenzen in den Einkommensverteilungen der drei Zeitabschnitte (1888—1903, 1904—1920, 1921—1942) näher betrachten. Für die erste Periode sind die steuerpflichtigen Einkommensbezüger in folgende Einkommensklassen aufgeteilt:

Einkommen von	1200 Fr.	bis	4000 Fr.
„	4000	„	8000
„	8000	„	12000
„	über 12000	„	„

Für die zweite Periode finden wir die folgenden Einkommensklassen:

Einkommen bis	4000 Fr.
„ von	4000 „ bis 8000 Fr.
„	8000 „ „ 12000 „
„	12000 „ „ 16000 „
„	über 16000 „ ⁷⁾ .

⁵⁾ Jenny, O. H. [8], S. 17: „Bei Ausmittlung eines Gesamteinkommens können die Geschäfts-, Gewerbs- oder Berufskosten, der Lohn und die Naturalverpflegung der Angestellten und Arbeiter, die Zinsen von geschuldeten Kapitalien, die Kosten des Unterhalts der Grundstücke, die im Laufe des Steuerjahres erlittenen Kapitalverluste, sowie die geschäftsmäßig begründeten Abschreibungen auf Vermögensobjekten in Abzug gebracht werden“.

⁶⁾ Für die Definition des Steuerobjektes in den baselstädtischen Einkommensgesetzen war der *Schanz*sche Einkommensbegriff maßgebend. Diesem zufolge ist das Einkommen gleich dem Reinvermögenszugang während eines bestimmten Zeitabschnittes (Reinvermögenszuwachstheorie).

⁷⁾ Vom Jahre 1898 bis zum Jahre 1903 teilt auch *Mangold* [9] die Klasse höchster Ordnung (Einkommen über 12 000 Franken) in die beiden Klassen der Einkommen von 12 000 bis 16 000 Franken und der Einkommen über 16 000 Franken ein.

Abgesehen von der Einkommensklasse höchster Ordnung (Einkommen über 16 000 Franken) können die Einkommensverteilungen von 1888 bis 1920 bezüglich der Klassenaufteilung miteinander verglichen werden, denn sie sind durch die gleichen Einkommensklassengrenzen gekennzeichnet⁸⁾.

Was endlich die dritte Zeitspanne betrifft, so läßt sich die aus 29 Klassen bestehende ausführliche Einkommensverteilung mühelos jenen der beiden vorhergehenden Perioden angleichen, indem diese 29 Klassen in geeigneter Weise zusammengefaßt werden⁹⁾. Dadurch werden nun alle Einkommensverteilungen während des gesamten Beobachtungszeitraumes (1888 bis 1942) miteinander vergleichbar.

3

Nachdem es sich herausgestellt hat, daß alle Einkommensverteilungen in den Jahren 1888 bis 1942 und auch die entsprechenden Konzentrationsindizes grundsätzlich miteinander verglichen werden können, ist es nun gegeben, diese Konzentrationsindizes zu berechnen. In der Tabelle 16 finden wir für jedes Jahr des Beobachtungszeitraumes die Klassenkonzentrationsindizes und deren Mittelwerte, die Konzentrationsindizes. Wie ersichtlich, tritt vom Jahre 1904 an der Klassenkonzentrationsindex, der den Einkommen über 16 000 Franken entspricht, neu hinzu (Spalte 4). Während der Konzentrationsindex der Jahre vor 1904 das arithmetische Mittel aus drei Klassenkonzentrationsindizes ist, bestimmt sich dieses Verteilungsmaß vom Jahre 1904 an aus vier Klassenkonzentrationsindizes. Dadurch ergibt sich die Notwendigkeit, festzustellen, ob der vierte Klassenkonzentrationsindex die Werte der Konzentrationsindizes für die Jahre 1904 bis 1942 derart zu beeinflussen vermag, daß die Einkommenskonzentration dieser Zeitspanne mit jener der Jahre vor 1904 nicht verglichen werden kann. Zur Beantwortung dieser Frage werden wir zweckmäßigerweise die Veränderungen feststellen, die sich ergeben,

⁸⁾ Die Klassenaufteilung in der Arbeit von *Jenny* [8] kann durch Zusammenfassung der beiden höchsten Einkommensklassen an die Klassenaufteilung in der Veröffentlichung von *Mangold* [9] angeglichen werden.

⁹⁾ Die Klassengrenzen der Einkommensverteilung für das Jahr 1921 entsprechen jenen der vorhergehenden Verteilungen.

*Tabelle 16. Konzentrationsindizes der Einkommensverteilungen
im Kanton Basel-Stadt für die Jahre 1888—1942.*

Einkommen über (1000 Fr.)

Jahr	4 δ_1	8 δ_2	12 δ_3	16 δ_4	δ	Jahr	4 δ_1	8 δ_2	12 δ_3	16 δ_4	δ
1888	5,02	4,83	4,69	—	4,84	1915	3,21	3,17	3,15	3,11	3,16
1889	5,49	5,26	5,11	—	5,29	1916	3,45	3,42	3,38	3,35	3,40
1890	5,59	5,38	5,22	—	5,40	1917	4,08	4,10	4,08	4,04	4,08
1891	5,29	5,06	4,89	—	5,08	1918	3,94	4,10	4,16	4,12	4,08
1892	4,12	3,92	3,77	—	3,94	1919	3,05	3,13	3,17	3,15	3,13
1893	4,50	4,27	4,10	—	4,29	1920	2,78	2,60	2,65	2,68	2,68
1894	4,10	3,89	3,75	—	3,91	1921	2,53	2,30	2,34	2,36	2,38
1895	4,32	4,04	3,89	—	4,08	1922	2,50	2,36	2,41	2,44	2,43
1896	4,73	4,43	4,25	—	4,47	1923	2,70	2,60	2,65	2,69	2,66
1897	5,07	4,79	4,62	—	4,83	1924	2,58	2,53	2,60	2,62	2,58
1898	4,57	4,30	4,17	—	4,35	1925	2,65	2,62	2,68	2,70	2,66
1899	4,45	4,28	4,17	—	4,30	1926	2,78	2,70	2,77	2,80	2,76
1900	4,56	4,38	4,26	—	4,40	1927	2,90	2,80	2,86	2,90	2,87
1901	4,07	3,92	3,83	—	3,94	1928	2,98	2,86	2,93	2,96	2,93
1902	3,76	3,66	3,58	—	3,67	1929	2,74	2,60	2,64	2,61	2,65
1903	3,88	3,79	3,70	—	3,79	1930	2,78	2,59	2,63	2,66	2,67
1904	4,01	3,97	3,91	3,84	3,94	1931	2,60	2,36	2,37	2,39	2,43
1905	4,14	4,08	4,01	3,95	4,04	1932	2,56	2,32	2,32	2,34	2,39
1906	4,11	4,07	4,01	3,95	4,04	1933	2,45	2,20	2,21	2,21	2,27
1907	4,10	4,05	3,98	3,92	4,01	1934	2,49	2,24	2,25	2,25	2,31
1908	3,77	3,74	3,68	3,60	3,70	1935	2,46	2,19	2,19	2,19	2,26
1909	3,81	3,81	3,76	3,71	3,77	1936	2,56	2,33	2,36	2,38	2,41
1910	3,73	3,77	3,74	3,70	3,74	1937	2,60	2,33	2,36	2,38	2,42
1911	3,74	3,77	3,73	3,68	3,73	1938	2,56	2,30	2,33	2,35	2,39
1912	3,98	3,99	3,97	3,92	3,97	1939	2,60	2,23	2,24	2,24	2,33
1913	3,75	3,75	3,73	3,67	3,73	1940	2,78	2,36	2,37	2,38	2,47
1914	3,66	3,58	3,58	3,55	3,59	1941	2,61	2,33	2,34	2,36	2,41
						1942	2,65	2,27	2,30	2,31	2,38

wenn wir für die Jahre von 1904 bis 1942 die vierten Klassenkonzentrationsindizes vernachlässigen. In der folgenden Tabelle 16a finden wir in der Spalte 1 die Konzentrationsindizes, bei welchen die vierten Klassenkonzentrationsindizes nicht berücksichtigt worden sind. In Spalte 2 dieser Tabelle sind auch die Konzentrationsindizes der Tabelle 16, Spalte 5 wiederholt. Die vorzeichenfreien Differenzen zwischen je zwei einander entsprechenden Werten in den Spalten 1 und 2 zeigen den Einfluß des vierten Klassenkonzentrationsindex auf den Konzentrationsindex der Verteilung (Spalte 3). Die größte Differenz zwischen den Konzentrationsindizes in Spalte 1 und 2 der Tabelle 16a fällt auf das Jahr 1905; die Differenz beträgt hier nur 0,04 Einheiten. Dieser geringe Wert läßt — wie zu erwarten war — den Einfluß

Tabelle 16 a. Einfluß des vierten Klassenkonzentrationsindex auf den Konzentrationsindex der Verteilung.

Jahr	δ'	δ	D	Jahr	δ'	δ	D
1904	3,97	3,94	0,03	1925	2,65	2,66	0,01
1905	4,08	4,04	0,04	1926	2,75	2,76	0,01
1906	4,07	4,04	0,03	1927	2,85	2,87	0,02
1907	4,04	4,01	0,03	1928	2,92	2,93	0,01
1908	3,73	3,70	0,03	1929	2,66	2,65	0,01
1909	3,79	3,77	0,02	1930	2,67	2,67	0,00
1910	3,75	3,74	0,01	1931	2,44	2,43	0,01
1911	3,75	3,73	0,02	1932	2,40	2,39	0,01
1912	3,98	3,97	0,01	1933	2,29	2,27	0,02
1913	3,74	3,73	0,01	1934	2,33	2,31	0,02
1914	3,61	3,59	0,02	1935	2,28	2,26	0,02
1915	3,18	3,16	0,02	1936	2,42	2,41	0,01
1916	3,42	3,40	0,02	1937	2,43	2,42	0,01
1917	4,09	4,08	0,01	1938	2,40	2,39	0,01
1918	4,07	4,08	0,01	1939	2,36	2,33	0,03
1919	3,12	3,13	0,01	1940	2,50	2,47	0,03
1920	2,68	2,68	0,00	1941	2,43	2,41	0,02
1921	2,39	2,38	0,01	1942	2,41	2,38	0,03
1922	2,42	2,43	0,01				
1923	2,65	2,66	0,01				
1924	2,57	2,58	0,01				

des vierten Klassenkonzentrationsindex auf den Konzentrationsindex der Verteilung unbedeutend erscheinen. Bestimmen wir die Häufigkeiten der Differenzen in der Spalte 3 der Tabelle 16 a, so finden wir:

Differenz 0,04:	Anzahl Jahre	1 oder	2 %
" 0,03:	" "	7	18 %
" 0,02:	" "	10	26 %
" 0,01:	" "	19	49 %
" 0,00:	" "	2	5 %
insgesamt:		39	100 %

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, daß die häufigste Differenz von der Größenordnung 0,01 ist.

Neben der ausführlichen Einkommensverteilung ist in den Statistischen Jahrbüchern des Kantons Basel-Stadt eine in bestimmter, von den Aufteilungen der Jahre vor 1922 abweichenden Weise zusammengefaßte Verteilung zu finden. Werden — so fragen wir uns nun — die aus dieser neuen Klassenaufteilung der Jahre von 1922 bis 1941 ¹⁰⁾ berechneten Werte des Konzentrationsindex der-

¹⁰⁾ Im Jahre 1942 ist die Gesamtzahl der Zensiten nicht der neuen Klassenaufteilung entsprechend gruppiert. Wir schließen daher dieses Jahr aus. Unsere Ergebnisse werden dadurch nicht beeinflusst.

maßen von jenen abweichen, die sich aus der Klassenaufteilung der vorhergehenden Jahre ergeben haben, daß sie einander nicht weitgehend entsprechen?

Zur Beantwortung dieser Frage haben wir die Konzentrationsindizes für die Jahre 1922 bis 1941 auf Grund der neuen Klassenaufteilung berechnet (Tabelle 16 b, Spalte 1). Vergleichserleichternd seien die entsprechenden Werte jener Konzentrationsindizes mitangeführt, bei welchen die Klassenaufteilung der vorhergehenden Jahre (1904 bis 1921) der Berechnung zugrunde gelegt wurde (Tabelle 16). In der Spalte 3 der Tabelle 16 b sind die vorzeichenfreien Differenzen zwischen den entsprechenden Konzentrationsindizes in den Spalten 1 und 2 angeführt. Der besseren Anschaulichkeit wegen haben wir wiederum die Häufigkeitsverteilung für diese Differenzen bestimmt:

Differenz 0,06:	Anzahl	Jahre	1	oder	5 %
" 0,05:	"	"	3	"	15 %
" 0,04:	"	"	1	"	5 %
" 0,03:	"	"	3	"	15 %
" 0,02:	"	"	3	"	15 %
" 0,01:	"	"	5	"	25 %
" 0,00:	"	"	4	"	20 %
insgesamt:			20	"	100 %

Wir entnehmen dieser Übersicht, daß der Einfluß der veränderten Klassenaufteilung auf die Werte des Konzentrationsindex unbedeutend ist, was infolge der geringen Streuung der Klassenkonzentrationsindizes um ihren Mittelwert zu erwarten war. Es ist deshalb zulässig, die Konzentrationsindizes, welche nach der neuen Klassenaufteilung berechnet worden sind, mit jenen zu vergleichen,

Tabelle 16 b. Einfluß der Klassenaufteilung auf den Konzentrationsindex.

Jahr	δ''	δ	D	Jahr	δ''	δ	D
1922	2,43	2,43	0,00	1932	2,36	2,39	0,03
1923	2,66	2,66	0,00	1933	2,23	2,27	0,04
1924	2,57	2,58	0,01	1934	2,26	2,31	0,05
1925	2,65	2,66	0,01	1935	2,21	2,26	0,05
1926	2,76	2,76	0,00	1936	2,39	2,41	0,02
1927	2,86	2,87	0,01	1937	2,40	2,42	0,02
1928	2,93	2,93	0,00	1938	2,36	2,39	0,03
1929	2,63	2,64	0,01	1939	2,28	2,33	0,05
1930	2,65	2,67	0,02	1940	2,41	2,47	0,06
1931	2,42	2,43	0,01	1941	2,38	2,41	0,03

deren Berechnung auf der Klassenaufteilung der früheren Jahre beruht. Trotzdem wurde allen Konzentrationsindizes in Tabelle 16 (Spalte 5) die gleiche Klassenaufteilung zugrunde gelegt, d. h. die Aufteilung der Einkommensbezüger nach den folgenden Einkommensklassen:

Einkommen bis	4000 Fr.				
„ von	4000 „	bis	8000 Fr.		
„ „	8000 „	„	12000 „		
„ „	12000 „	„	16000 „		
„ über	16000 „				

4.

Wir haben festgestellt, daß die Konzentrationsindizes zeitlich miteinander verglichen werden können. Zu welchem Ergebnis gelangen wir nun, wenn wir die Veränderungen der Einkommenskonzentration in den Jahren 1888 bis 1942 verfolgen? Die Zahlenwerte in Tabelle 16 (Spalte 5) vermitteln uns kein genügend klares Bild der Veränderungen der Konzentrationsindizes. Deshalb ist es angebracht, die zeitliche Aufeinanderfolge dieser Konzentrationsindizes graphisch darzustellen. Diesem Zwecke entsprechend tragen wir auf der horizontalen Achse (Abszissenachse) eines rechtwinkligen Koordinatensystems die einzelnen Jahre von 1888 bis 1942 auf; die Werte der Konzentrationsindizes sind auf der Ordinatenachse zu finden. Für jedes Jahr des Beobachtungszeitraumes ergibt sich dann ein Punkt, dessen Abstand von der Zeitachse (Abszissenachse) die Größe des Konzentrationsindex kennzeichnet. Verbinden wir nun — die zeitliche Aufeinanderfolge der Punkte beachtend — je zwei benachbarte Punkte durch Geraden, so ergibt sich ein Streckenzug, der geeignet erscheint, den Verlauf der Einkommenskonzentration graphisch festzuhalten (Abb. 2) ¹¹⁾.

Besonders augenfällig ist die Abwärtsbewegung des Streckenzuges. Diese veranschaulicht die Verminderung der Einkommenskonzentration in den Jahren von 1888 bis

¹¹⁾ Eine, wie uns scheint, ansprechendere graphische Darstellung einer aus Konzentrationsindizes bestehenden Reihe dürfte sich dadurch ergeben, daß auf der Ordinatenachse die absoluten Werte dieses Parameters in geometrischer Progression abgetragen werden (vergl. Abb. 2 a).

1942¹²⁾, sie offenbart uns eine Strukturveränderung in den Einkommensverteilungen.

Es interessiert uns nun zu wissen, worin sich diese Veränderung in der Struktur der Einkommensverteilung vor allem äußert. Zur Klärung dieser Frage wollen wir zwei durch verschiedenwertige Konzentrationsindizes gekennzeichnete Verteilungen aus der rund 50 Jahre umfassenden Zeitspanne von 1888 bis 1942 herausgreifen. Damit nun die Unterschiede besonders deutlich hervortreten, wählen wir zwei Einkommensverteilungen, denen je ein besonders hoher bzw. ein besonders niedriger Wert des Konzentrationsindex zufällt. Überdies wollen wir unserer Untersuchung die aus 29 Einkommensklassen bestehende ausführliche Verteilung zugrunde legen. Der Beobachtungszeitraum, dem die beiden Verteilungen entnommen werden können, schrumpft dadurch auf die Jahre nach dem ersten Weltkrieg zusammen. Ein Blick auf Tabelle 16, Spalte 5 läßt uns erkennen, daß der höchste Wert des Konzentrationsindex auf das Jahr 1928 ($\delta = 2,93$) entfällt, während der kleinste Wert dem Jahre 1935 ($\delta = 2,26$) zukommt. An Hand der Einkommensverteilungen dieser beiden Jahre sei nunmehr der Einfluß einer Veränderung in der Einkommenskonzentration auf die Struktur der Einkommensverteilung aufgezeigt.

Zu diesem Zwecke versuchen wir, diese beiden Verteilungen durch statistische Parameter zu kennzeichnen. Aus der Vielzahl der statistischen Maßzahlen wählen wir nun solche aus, von denen wir annehmen dürfen, daß sie eine Verschiebung in der Einkommensverteilung deutlich wiedergeben. So wollen wir zuerst das durchschnittliche Einkommen und hierauf die Quantilwerte der Einkommen ermitteln, d. h. jene Einkommen, die in bestimmter Weise gekennzeichneten Zensiten zufallen; diese Pflichtigen sind dadurch hervorgehoben, daß sie in der Reihenfolge der nach der Höhe ihrer Einkommen geordneten Zensiten einen besonderen Platz einnehmen. So kann beispielsweise nach der Höhe des Einkommens jenes Zensiten gefragt werden, der durch seinen Platz die Gesamtzahl der aufgereihten Pflichtigen halbiert, oder nach der Höhe der Einkommen jener Zensiten, welche die Gesamtzahl der Pflichtigen in vier und in zehn gleiche Teile aufspalten; dadurch erhalten wir das Median-, die beiden Quartil- und die Dezil-

¹²⁾ Diese Bewegung setzt sich in den Werten des Konzentrationsindex für die Jahre 1943 ($\delta = 2,28$) und 1944 ($\delta = 2,27$) fort.

einkommen. Andererseits interessiert es uns zu wissen, wie hoch das Einkommen jenes Zensiten ist, dessen Platz in der Reihe der nach der Höhe ihrer Einkommen geordneten Pflichtigen dadurch gekennzeichnet ist, daß das Gesamteinkommen der vor ihm gereihten Zensiten gleich der Hälfte, einem Viertel, drei Vierteln, einem, zwei usw. Zehnteln der Einkommenssumme ist; dies führt uns zum Zentraleinkommen, zum unteren bzw. oberen Quartaleinkommen und zu den Dekaleinkommen. Wenn wir weiter die Höhe der Einkommen jener Pflichtigen bestimmen, welche durch ihren Platz unter den aufgereihten Zensiten die gesamte Pflichtigenzahl bzw. die Einkommenssumme hundertteilen, gelangen wir zu den Perzentil- bzw. zu den Perzentaleinkommen. Die Perzentilwerte als statistische Parameter sind vor allem durch die Untersuchungen *Galtons* bekannt geworden ¹³⁾.

Wie äußert sich nun eine Veränderung der Einkommenskonzentration in diesen statistischen Maßzahlen? Zur Beantwortung dieser Frage berechnen wir zuerst das durchschnittliche Einkommen, indem wir die Einkommenssumme (rund 392 Millionen Franken im Jahre 1928, rund 309 Millionen Franken im Jahre 1935) durch die Gesamtzahl der Zensiten (59 742 im Jahre 1928, 58 108 im Jahre 1935) dividieren. Wir erhalten dadurch die Werte 6 557 Fr. für das Jahr 1928 und 5 316 Fr. für das Jahr 1935. Das durchschnittliche Einkommen im Jahre 1928 ist also um rund 1 200 Fr., d. h. um rund 23 % größer als der entsprechende Wert für das Jahr 1935; im Jahre 1928 entfiel also auf einen Zensiten ein durchschnittlich höheres Einkommen. Was das Median- und die beiden Quartileinkommen betrifft, ergeben sich hier die folgenden Zahlen:

	1928	1935
Unteres Quartileinkommen	2 755 Fr.	2 643 Fr.
Medianeinkommen	3 855 „	3 781 „
Oberes Quartileinkommen	5 768 „	5 618 „

Wiederum übertreffen die Werte für das Jahr 1928 jene des Jahres 1935 ^{13a)}. Die Zahlenwerte des Jahres 1935 sind — die angegebene Reihenfolge während — 95,94 %, 98,08 % und 97,40 % der entsprechenden Werte im Jahre 1928. Es ist nun anzunehmen, daß

¹³⁾ *Galton, Francis*: Natural Inheritance; London 1889, S. 46 und passim.

^{13a)} Dies trifft übrigens auch für die auf die entsprechenden Medianeinkommen bezogenen Quartilwerte zu.

auch die Dezileinkommen für das Jahr 1928 größer sind als für das Jahr 1935. Die Rechnung bestätigt diese Ansicht, wie der folgenden Übersicht zu entnehmen ist.

	1928	1935	
1. Dezileinkommen	2 266 Fr.	2 181 Fr.	96,25 %
2. „	2 592 „	2 489 „	96,02 %
3. „	2 919 „	2 797 „	95,82 %
4. „	3 367 „	3 198 „	94,98 %
Medianeinkommen	3 855 „	3 781 „	98,08 %
6. Dezileinkommen	4 480 „	4 418 „	98,62 %
7. „	5 247 „	5 128 „	97,73 %
8. „	6 474 „	6 188 „	95,58 %
9. „	9 392 „	8 612 „	91,69 %

Es drängt sich uns nun die Frage auf, ob die zahlenmäßigen Unterschiede zwischen den wertlich größeren Dezileinkommen des Jahres 1928 und den ihnen entsprechenden Zahlen des Jahres 1935 für steigende Werte dieses statistischen Parameters größer werden. Diese Frage beantwortend, drücken wir die Dezileinkommen des Jahres 1935 in Prozenten der entsprechenden Einkommenswerte des Jahres 1928 aus. Dadurch erhalten wir die Prozentzahlen in der letzten Spalte der soeben angeführten Zusammenstellung. Aus diesen Zahlen ersehen wir, daß die größenmäßigen Unterschiede zwischen je zwei einander entsprechenden Dezileinkommen weder eindeutig noch ausgeprägt sind, was wir aus den Prozentzahlen für das Median- und die beiden Quartileinkommen hätten annehmen können; die Verhältniszahlen schwanken zwischen rund 92 % für das 9. Dezileinkommen und rund 99 % nicht für das erste, sondern für das 6. Dezileinkommen. Abgesehen davon, daß diese statistischen Parameter für das Jahr 1935 durchwegs kleiner sind als für das Jahr 1928 — was mit dem kleineren Wert des durchschnittlichen Einkommens im Jahre 1935 zusammenhängt —, ist kein weiteres kennzeichnendes Unterscheidungsmerkmal festzustellen.

Das Medianeinkommen, die Quartil- und die Dezileinkommen zeigen uns — definitionsgemäß — die Veränderungen der Zensitenzahlen in den einzelnen Einkommensklassen auf. Erhöht sich beispielsweise die Pflichtigenzahl in einer Einkommensklasse in stärkerem Ausmaß als in einer anderen Klasse, so verschiebt sich dadurch der Wert des Medianeinkommens, der Quartil- oder der Dezileinkommen. Wir wollen nun weitere statistische Parameter bestimmen, und zwar solche, die geeignet sind, Verschiebungen in den Klasseneinkommen zahlenmäßig zu umschreiben. Solche Maß-

zahlen sind das Zentraleinkommen, die Quartal- und die Dekaleinkommen. Wir bestimmen nunmehr diese Einkommenswerte und untersuchen dann, ob wir auf Grund dieser Parameter zu weitergehenden Kennzeichen der beiden angeführten Kollektive vorstoßen können. Die Rechnung ergibt die folgenden Werte dieser Maßzahlen:

	1928		1935
Unteres Quartaleinkommen	4 259 Fr.	3 837 Fr.	90,09 %
Zentraleinkommen	7 872 „	5 978 „	75,94 %
Oberes Quartaleinkommen	35 275 „	12 609 „	35,75 %

Schon aus den Zahlenwerten dieser statistischen Parameter geht hervor, daß im Jahre 1935 dem Zentraleinkommen und — in noch ausgeprägterem Ausmaß — dem oberen Quartaleinkommen bedeutend niedrigere Werte zufallen als im Jahre 1928. Um dies besonders deutlich hervorzuheben, beziehen wir wiederum die Einkommenswerte des Jahres 1935 auf die entsprechenden Zahlen des Jahres 1928. Wir erhalten dadurch die in der letzten Spalte angeführten Prozentzahlen. Diesen Verhältnissen entnehmen wir, daß beispielsweise das obere Quartaleinkommen für das Jahr 1935 nur rund 36 % des entsprechenden Wertes im Jahre 1928 beträgt.

Wir vermuten nun, daß dieser hier angedeutete Zusammenhang bei den Dekaleinkommen noch augenfälliger wird. Deshalb bestimmen wir diesen statistischen Parameter für die beiden angeführten Einkommensverteilungen; in der folgenden Übersicht sind die einzelnen Werte dieser Maßzahlen zusammengestellt.

	1928		1935
1. Dekaleinkommen	2 901 Fr.	2 645 Fr.	91,18 %
2. „	3 789 „	3 410 „	90,00 %
3. „	4 753 „	4 243 „	89,27 %
4. „	5 921 „	5 035 „	85,04 %
Zentraleinkommen	7 872 „	5 978 „	75,94 %
6. Dekaleinkommen	11 867 „	7 477 „	63,01 %
7. „	23 336 „	10 160 „	43,54 %
8. „	57 249 „	16 070 „	28,07 %
9. „	200 992 „	38 207 „	19,01 %

Wiederum wurden die Dekaleinkommen für das Jahr 1935 auf die entsprechenden Werte des Jahres 1928 bezogen; die so erhaltenen Prozentzahlen bilden die letzte Spalte dieser Zusammenstellung. Die Unterschiede zwischen je zwei einander entsprechenden Zahlenwerten erhöhen sich mit steigender Ordnung der Dekalein-

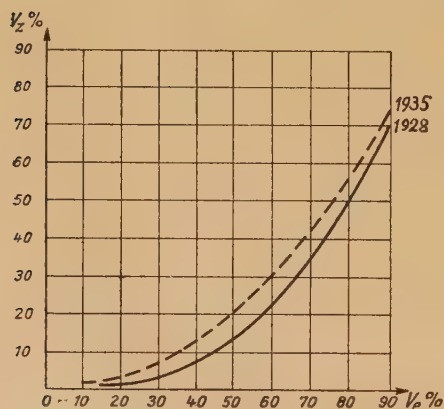
kommen; die Prozentzahlen nehmen von rund 91 % für das 1. Dekaleinkommen bis zu rund 19 % für das 9. Dekaleinkommen ständig ab.

Hierin tritt — so scheint uns — die Strukturveränderung der Einkommensverteilungen deutlich zutage. Worin besteht sie aber, so fragen wir? Zur Beantwortung dieser Frage überlegen wir uns, worauf dieses wachsende Auseinanderklaffen der Dekaleinkommen in diesen beiden Jahren begründet sein mag. Wir wissen, daß sich bei einer ausgeprägten Konzentration der Einkommen ein großer Teil der Einkommenssumme auf die Einkommensklassen hoher und höchster Ordnung verteilt. Dadurch werden offensichtlich die oberen Dekaleinkommen hohe Werte annehmen. Demgegenüber ist der Anteil der Einkommensklassen hoher und höchster Ordnung an der Einkommenssumme kleiner, wenn die Konzentration weniger ausgeprägt ist. Den oberen Dekaleinkommen werden dann kleinere Werte zufallen. Da sich nun die Häufung der Einkommen besonders bei den hohen und höchsten Einkommensklassen, d. h. bei den Zensiten mit hohen und höchsten Einkommen geltend macht, ist es nicht verwunderlich, daß die Unterschiede zwischen den Dekaleinkommen in den Jahren 1928 und 1935 besonders bei jenen Werten dieses statistischen Parameters hervortreten, die den Einkommensklassen hoher und höchster Ordnung entsprechen.

Es ist uns also gelungen, die durch eine Verschiebung in der Einkommensverteilung bedingte Strukturveränderung in diesen statistischen Parametern zahlenmäßig eindeutig festzulegen. Die Werte dieser Maßzahlen sind — so hat sich ergeben — für das Jahr 1928 durchwegs größer als für das Jahr 1935, und die wertmäßigen Unterschiede zwischen den Dekaleinkommen dieser beiden Jahre werden mit steigender Ordnung der Einkommensklassen größer, was jedoch bei den Dezileinkommen nicht zutrifft. Auf Grund dieser Ergebnisse könnte vermutet werden, daß auch die durchschnittlichen Einkommen in den einzelnen Einkommensklassen für das Jahr 1928 größer sind als die ihnen entsprechenden Werte des Jahres 1935. Dem ist aber nicht so. Die folgende Übersicht zeigt, daß die durchschnittlichen Klasseneinkommen 2. bis 28. Ordnung in beiden Jahren rund die gleichen Werte annehmen. Um dies einprägsamer darzustellen, wurden die durchschnittlichen Klasseneinkommen des Jahres 1928 je gleich 100 gesetzt und die entsprechenden durchschnittlichen Klasseneinkommen des Jahres

1935 auf diese gleich 100 gesetzten Werte bezogen. Die daraus sich ergebenden einfachen Indexzahlen bilden die letzte Spalte der Zusammenstellung (Seite 71). Wie geringfügig die Unterschiede der durchschnittlichen Klasseneinkommen 2. bis 28. Ordnung sind, wird aus diesen einfachen Indexzahlen augenfällig.

Wir gehen einen Schritt weiter und fragen uns nun, welchen Prozentsätzen der gesamten Zensitenzahl, d. h. welchen Zensitenverhältnissen V_z bestimmte Prozentsätze der gesamten Einkommenssumme, d. h. bestimmte Einkommensverhältnisse V_e entsprechen, so beispielsweise 10 %, 20 %, 30 %, 40 %, 50 %, 60 %, 70 %, 80 % und 90 %. Dadurch, daß das Zentraleinkommen, die Quartal- und die Dekaleinkommen für das Jahr 1928 größer sind als die entsprechenden Werte des Jahres 1935, wird auch — so überlegen wir — die Zahl der Zensiten, denen ein Einkommen zufließt, das gleich oder größer ist als beispielsweise die Dekaleinkommen, im Jahre 1928 kleiner sein als im Jahre 1935. Unsere Überlegung erweist sich als richtig, wie die Prozentzahlen der folgenden Übersicht deutlich zeigen.



V_e	V_z	
	1928	1935
%	%	%
10	0,2	1
20	1	3
30	3	7
40	7	13
50	14	21
60	23	31
70	36	43
80	51	56
90	70	75

Der besseren Anschaulichkeit wegen wurden diese Zensitenverhältnisse als Ordinaten über den Einkommensverhältnissen als Abszissen aufgetragen. Die Punkte, die den einzelnen Wertepaaren für das Jahr 1928 bzw. für das Jahr 1935 zukommen, wurden der Reihenfolge der Einkommensverhältnisse entsprechend mitein-

ander verbunden. Die beiden so erhaltenen Kurven verbildlichen die Tatsache, daß die Zensitenverhältnisse für das Jahr 1928 durchwegs kleiner sind als die entsprechenden Werte des Jahres 1935 ^{13b)}. Die ausgeprägtere Einkommenskonzentration im Jahre 1928 äußert sich also in kleineren Werten der prozentualen Zensitenanteile bei vorgegebenen prozentualen Einkommensverhältnissen. Die Strukturveränderung in den Einkommensverteilungen kommt auch in diesen Zahlen deutlich zum Ausdruck.

Klassen- ordnung	Einkommens- klassen (1000 Fr.)	Durchschnittliches Klasseneinkommen			
		1928		1935	
1	unter 2	460	Fr. 100	719	Fr. 156
2	2— 3	2 346	„ 100	2 396	„ 102
3	3— 4	3 618	„ 100	3 627	„ 100
4	4— 5	4 521	„ 100	4 531	„ 100
5	5— 6	5 563	„ 100	5 525	„ 99
6	6— 7	6 519	„ 100	6 509	„ 100
7	7— 8	7 504	„ 100	7 512	„ 100
8	8— 9	8 525	„ 100	8 514	„ 100
9	9— 10	9 554	„ 100	9 522	„ 100
10	10— 12	10 994	„ 100	11 007	„ 100
11	12— 14	12 948	„ 100	12 963	„ 100
12	14— 16	15 036	„ 100	14 994	„ 100
13	16— 18	17 022	„ 100	17 042	„ 100
14	18— 20	18 984	„ 100	19 389	„ 102
15	20— 25	22 398	„ 100	22 346	„ 100
16	25— 30	27 438	„ 100	27 423	„ 100
17	30— 35	32 338	„ 100	32 331	„ 100
18	35— 40	37 438	„ 100	37 458	„ 100
19	40— 45	42 388	„ 100	42 266	„ 100
20	45— 50	47 434	„ 100	47 678	„ 101
21	50— 60	55 009	„ 100	54 988	„ 100
22	60— 70	65 393	„ 100	64 833	„ 99
23	70— 80	74 713	„ 100	74 600	„ 100
24	80— 90	84 302	„ 100	85 106	„ 101
25	90— 100	94 846	„ 100	94 334	„ 100
26	100— 150	121 620	„ 100	122 210	„ 101
27	150— 200	170 450	„ 100	174 780	„ 103
28	200— 300	235 230	„ 100	244 500	„ 104
29	über 300	531 360	„ 100	405 840	„ 76

Es ist uns gelungen, die ausgeprägtere Einkommenskonzentration des Jahres 1928 gegenüber dem Jahre 1935 in einfachen Maßzahlen wie den Quantilwerten festzuhalten und zu kenn-

^{13b)} Diese Abbildung entspricht der in der Literatur als Konzentrationskurven bezeichneten Darstellung, wobei hier nur der Bereich von 10 bis 90 % gezeichnet ist.

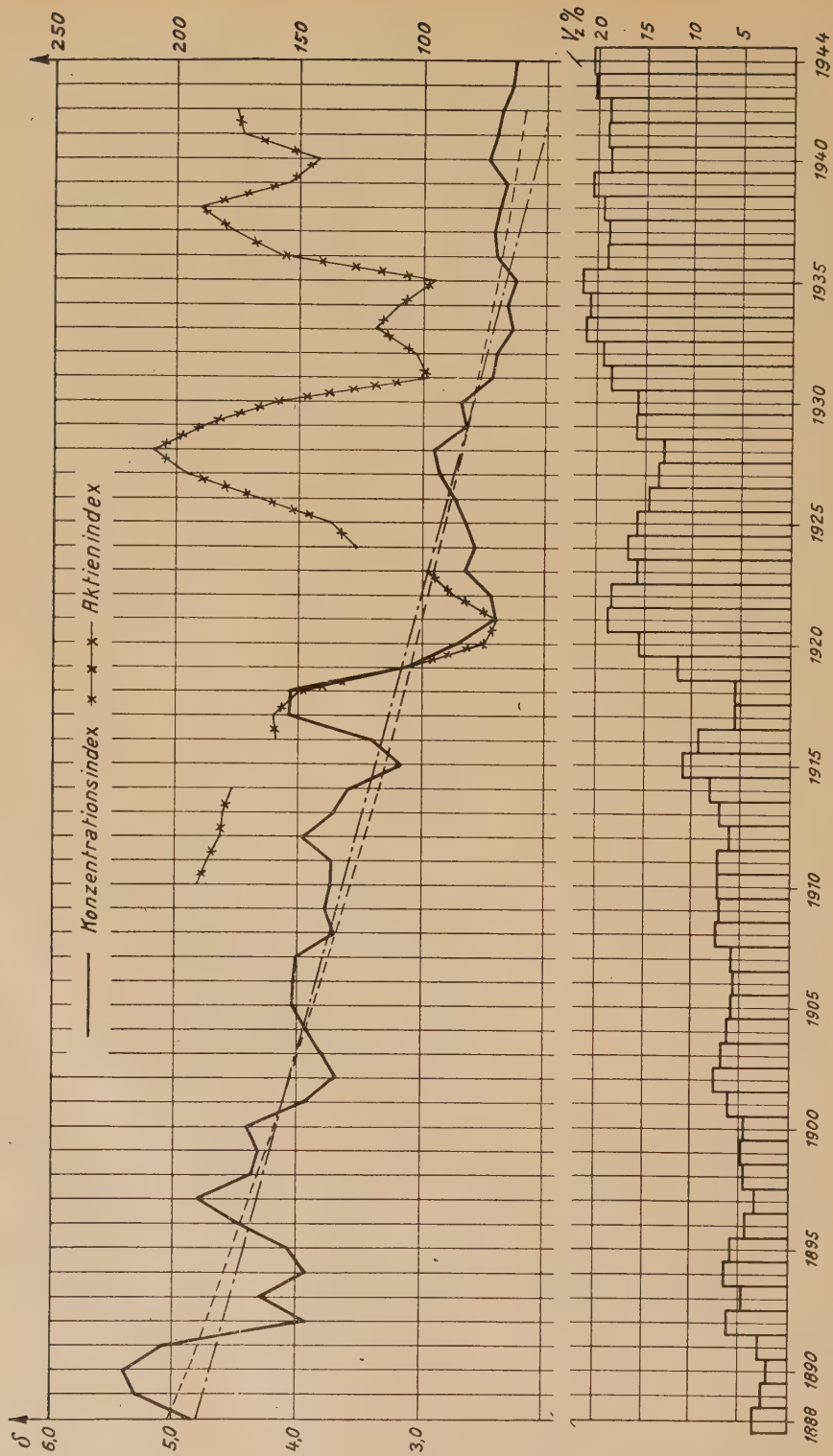


Abb. 2

zeichnen. Diese statistischen Parameter stellen somit ein einfaches Mittel dar, das Ausmaß der Häufung in anschaulicher Weise festzuhalten.

Nachdem von dieser Seite her der Begriff der Konzentration, und insbesondere der Begriff der Einkommenskonzentration erklärt worden ist, wollen wir nunmehr zu unserer Aufgabe zurückkehren, den zeitlichen Verlauf der Einkommenskonzentration im Kanton Basel-Stadt zu kennzeichnen. Der eindeutige Konzentrationsverlauf (Abb. 2) legt es nahe, diese Bewegung gleichungsmäßig auszudrücken. Zu diesem Zwecke haben wir versucht, den Streckenzug durch einen linearen und durch einen quadratischen Trend darzustellen. Die entsprechenden Trendgleichungen lauten ¹⁴⁾:

$$y = 3,44 - 0,05 x$$

$$y = 3,25 - 0,05 x + 0,0008 x^2$$

y = Trendwert des Konzentrationsindex,

x = Zeitabszisse, von - 27 im Jahre 1888 über 0 im Jahre 1915 bis + 27 im Jahre 1942.

Die diesen beiden Trendgleichungen entsprechenden Trendkurven wurden in Abb. 2 eingetragen. Wie ersichtlich, ist die Abweichung des quadratischen Trends vom linearen unbedeutend, was auch aus der Größenordnung des quadratischen Gliedes der Trendgleichung hervorgeht. Es wird daher genügen, auf den linearen Trend abzustellen.

5.

Der Feststellung, daß sich die Einkommenskonzentration seit dem Jahre 1888 vermindert hat, scheint es zu widersprechen, wenn sich *Mangold* in seiner Abhandlung „Basels Staatseinnahmen und Steuerverteilung 1888—1903“ [9] folgendermaßen äußert:

„Es präsentiert sich in dem Teile der Zensiten der IV. Klasse, der die größten Einkommen bezieht“, — diese Einkommensklasse umfaßt die Zensiten mit Einkommen über 12 000 Franken — „ein, man möchte sagen felsenfester Kern von Einkommensempfängern, dem alle Stürme der Krisenjahre nichts anzuhaben vermochten, ein

¹⁴⁾ Die Berechnung dieser Trendgleichungen ist im Anhang 4 wiedergegeben.

Kern, dem deshalb nicht mit Unrecht, trotzdem er numerisch verhältnismäßig schwach besetzt ist, der größte Teil aller Steuerlast aufgebürdet wird“ (S. 42).

Worauf mag nun dieser Widerspruch begründet sein? Zur Beantwortung dieser Frage suchen wir nach dem Grunde, der *Mangold* zur Niederschrift des von uns wörtlich wiedergegebenen Satzes bewogen hat.

In seiner Arbeit [9] berechnet *Mangold* den auf 1 % aller Pflichtigen entfallenden prozentualen Anteil der Klasseneinkommen an der Einkommenssumme, und er stellt dabei fest, daß sich dieses als „Verteilungskoeffizient“ bezeichnete Maß für die Einkommen über 12 000 Fr. vom Jahre 1888 (671)¹⁵⁾ ¹⁶⁾ bis zum Jahre 1896 (611) verringert, während es von 1896 bis 1901 (792) zunimmt¹⁷⁾. Diese Werte ergeben sich dadurch, daß vorerst sowohl der prozentuale Anteil der Zahl der Zensiten mit Einkommen über 12 000 Fr. an der gesamten Pflichtigenzahl, als auch der Anteil des auf diese Zensiten entfallenden Klasseneinkommens an der Einkommenssumme ermittelt wird. Hierauf werden diese Einkommensanteile durch die entsprechenden Zensitenanteile dividiert. So errechnet sich beispielsweise der „Verteilungskoeffizient“ für das Jahr 1896 in der folgenden Weise. Zuerst ermitteln wir den Zensiten- bzw. den Einkommensanteil, indem wir die Zahl der Zensiten mit Einkommen über 12 000 Fr. (940 Zensiten) durch die Gesamtzahl der Pflichten (9 971 Zensiten) teilen. Dies ergibt 9,4 % der gesamten Pflichtigenanzahl. In entsprechender Weise dividieren wir das Klasseneinkommen (39,01 Millionen Franken) durch die Einkommenssumme (67,97 Millionen Franken) und erhalten den Wert 57,4 % der Einkommenssumme. Die nun folgende Rechenoperation besteht darin, daß der Quotient aus dieser Prozentzahl und dem Werte 9,4 gebildet wird, woraus der „Verteilungskoeffizient“ 6,1 oder — mit 100 multipliziert — rund 610 hervorgeht. Aus den angeführten Prozentzahlen ersehen wir,

¹⁵⁾ Die eingeklammerten Zahlen geben den Wert des Verteilungskoeffizienten wieder.

¹⁶⁾ *Mangold* multipliziert die ermittelten Prozentzahlen mit 100, wodurch er die Werte 671, 611 und 792 erhält.

¹⁷⁾ Die Kurve der Verteilungskoeffizienten „fällt konstant von 1888 bis 1896; in diesem Jahre setzt aber eine ganz intensive Steigerung ein, ... bis der höchste Grad ... im Jahre 1901 ... erreicht ist“ ([9], S. 42).

daß den rund 9 % der gesamten Zensitenzahl rund 57 % der Einkommenssumme zufließen. Würden nun diese 57 % der Einkommenssumme auf 57 % der Gesamtzahl der Pflichtigen — statt, wie in Wirklichkeit, auf rund 9 % — entfallen, so entspräche die relative Zensitenhäufigkeit diesem Einkommensanteil; der „Verteilungskoeffizient“ nähme dann den Wert 1 an.

Dieser statistische Parameter stellt aber gewissermaßen ein Konzentrationsmaß dar, denn für den Fall, daß der prozentuale Anteil der Klasseneinkommen an der Einkommenssumme, der auf 1 % aller Pflichtigen entfällt, groß ist, könnte gefolgert werden, daß dies mit einer hohen Konzentration gleichbedeutend ist. *Mangold* dürfte sich von dieser Folgerung leiten gelassen haben als er schrieb: „Je näher der Quotient“ — gemeint ist der „Verteilungskoeffizient“ — „bei 1 liegt, um so eher erhält die betr. Klasse den Einkommensanteil, der im Verhältnis zu ihrer numerischen Stärke steht“ (S. 42).

Die Konzentration der Einkommen scheint nun — auf Grund dieser Maßzahl — von 1896 bis 1901 tatsächlich zugenommen zu haben¹⁸⁾, was aber unserem Ergebnis widerspricht. Es dürfte nun interessant sein, nach dem Grunde dieses Widerspruchs zu suchen. Zu diesem Zwecke stellen wir für die Einkommensklasse höchster Ordnung (Einkommen über 12 000 Fr.) den „Verteilungskoeffizienten“ dem Konzentrationsindex gegenüber. Wir wissen, daß sich der „Verteilungskoeffizient“ aus der Beziehung

$$K = \frac{V_e}{V_z}$$

ermitteln läßt (es bedeuten hier: K der „Verteilungskoeffizient“, V_e das Einkommens- und V_z das Zensitenverhältnis für die Einkommensklasse höchster Ordnung). Der Konzentrationsindex aber geht bekanntlich aus der Beziehung

¹⁸⁾ Nicht nur *Mangold* vertritt die Ansicht, daß „ein Ausgleich zwischen den obern und untern Klassen“ nicht stattgefunden hat ([9], S. 40), wenn er schreibt: „Von der ausgleichenden Tendenz, von der verschiedene Nationalökonomen behaupten, daß sie bestehe, ist, wenigstens für Basel, vorläufig nichts zu merken“ ([9], S. 41), sondern auch *Jenny* äußert sich in diesem Sinne, denn er schreibt: „Es wäre nun verfehlt, ... die Schlußfolgerung zu ziehen, daß sich zwischen den oberen und unteren Einkommensklassen ein Ausgleich vollzogen habe“ ([8], S. 24).

$$V_e^\delta = V_z$$

hervor. Setzen wir nun das Zensitenverhältnis aus der soeben angeführten Beziehung in die Definitionsgleichung für den „Verteilungskoeffizienten“ ein, so erhalten wir die Beziehung

$$K = V_e^{1-\delta}.$$

Wir ersehen daraus, daß der „Verteilungskoeffizient“ vom Einkommensverhältnis V_e einerseits und vom Konzentrationsindex δ andererseits abhängt, beides aber sind veränderliche Größen. Bei abnehmendem δ beispielsweise — wie es für die beiden Einkommensverteilungen in den Jahren 1896 und 1901 zutrifft — kann sich V_e derart verändern, daß dem „Verteilungskoeffizienten“ nicht in entsprechender Weise ein kleinerer Wert zufällt, sondern sogar ein höherer. Zwischen diesen beiden statistischen Parametern braucht also nicht unbedingt eine Gleich- bzw. eine Gegenbewegung zu bestehen.

Der besseren Anschaulichkeit wegen wollen wir nunmehr die abgeleitete Beziehung

$$K = V_e^{1-\delta}$$

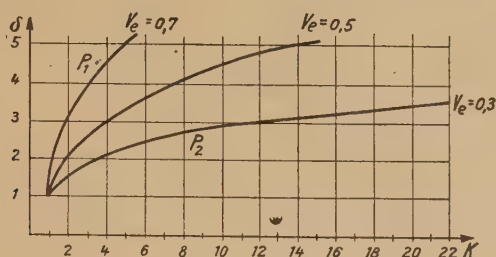
zahlenmäßig auswerten. Es seien deshalb die Werte des „Verteilungskoeffizienten“ bestimmt, die gegebenen Werten des Konzentrationsindex entsprechen, wobei wir für den Parameter V_e bestimmte Zahlenwerte zum vornherein festlegen, so beispielsweise die Werte 0,3, 0,5 und 0,7. Wir beschränken uns also darauf, die drei Beziehungen

$$K = 0,3^{1-\delta} \quad ; \quad K = 0,5^{1-\delta} \quad \quad K = 0,7^{1-\delta}$$

einer näheren Betrachtung zu unterwerfen. Die Ergebnisse sind in der folgenden Übersicht zu finden.

Wert des „Verteilungskoeffizienten“ für			
δ	$V_e = 0,3$	$V_e = 0,5$	$V_e = 0,7$
1,0	1,00	1,00	1,00
1,5	1,83	1,42	1,20
2,0	3,33	2,00	1,43
2,5	6,09	2,83	1,71
3,0	11,11	4,00	2,04
3,5	20,33	5,66	2,44
4,0	37,04	8,00	3,17

Um nun diese Zahlenreihen augenfälliger zu gestalten, wurden sie in der folgenden Abbildung als Kurven aufgetragen, wobei aus Gründen der Zweckmäßigkeit dem „Verteilungskoeffizienten“ die Abszissenachse und dem Konzentrationsindex die Ordinatenachse zugeordnet sei. Es seien nun die Werte $\delta_1 = 4,0$, das zugehörige Einkommensverhältnis mit $V_{e1} = 0,7$ gegeben; der angeführten Tabelle entnehmen wir, daß der zugehörige „Verteilungskoeffizient“ den Wert $K_1 = 3,17$ annimmt. Dieses Zahlentripel



wird in unserer Abbildung durch den Punkt P_1 gekennzeichnet. Nun nehmen wir an, daß der Konzentrationsindex auf den Wert 2,5 gesunken ist, und daß dem Einkommensverhältnis nunmehr der Wert $V_{e2} = 0,3$ entspricht. Der „Verteilungskoeffizient“ steigt dann auf den Wert $K_2 = 6,09$, wie der angeführten Tabelle zu entnehmen ist. Dieses Zahlentripel ergibt in unserer Abbildung den Punkt P_2 . Wir haben es hier also mit einer Abnahme des Konzentrationsindex zu tun bei gleichzeitiger Zunahme des „Verteilungskoeffizienten“. Dies ist jedoch nur dadurch möglich geworden, daß das Einkommensverhältnis einen geeigneten Wert angenommen hat. Wäre nun dem Einkommensverhältnis der Wert 0,5 zugefallen — statt 0,3 —, dann hätte dem „Verteilungskoeffizienten“ der Wert 2,83 entsprochen; diese Maßzahl hätte sich somit in Übereinstimmung mit dem Konzentrationsindex verringert. Aus der angeführten Tabelle und der zugehörigen Abbildung lassen sich nun in ähnlicher Weise leicht weitere Beispiele konstruieren.

Den für unser Beispiel herangezogenen Werten des Einkommensverhältnisses entsprechen bestimmte Werte des Zensitenverhältnisses, nämlich $V_{z1} = 0,22$ und $V_{z2} = 0,05$. Betrachten wir nun diese Werte der Einkommens- und Zensitenverhältnisse näher.

Unser Beispiel ergab die folgenden Zahlenwerte, die hier übersichtlich zusammengestellt seien.

Zeitpunkt 1: bei $\delta_1 = 4,0$ und $K_1 = 3,17$: $V_{e1} = 0,70$ $V_{z1} = 0,22$
 Zeitpunkt 2: bei $\delta_2 = 2,5$ und $K_2 = 6,09$: $V_{e2} = 0,30$ $V_{z2} = 0,05$.

Im ersten Zeitpunkt entfallen also 70 % der Einkommenssumme auf 22 % der Zensitengesamtzahl, während im zweiten Zeitpunkt 30 % der Einkommenssumme nur 5 % der gesamten Pflichtigenzahl zukommen. Setzen wir nun die Werte für V_{e1} und V_{z1} gleich 100 und beziehen wir dann die entsprechenden Zahlen im zweiten Zeitpunkt auf diese gleich 100 gesetzten Werte, so erhalten wir die folgenden einfachen Indexzahlen:

Zeitpunkt 1: $V_{e1} = 100$ $V_{z1} = 100$
 Zeitpunkt 2: $V_{e2} = 43$ $V_{z2} = 23$.

Diese Zahlen zeigen uns, daß die Verringerung der relativen Zensitenzahl ausgeprägter ist als die entsprechende Verringerung des Einkommensverhältnisses. Die Konzentration scheint also — auf Grund dieser Zahlen — zugenommen zu haben. Dies widerspricht aber den Werten des Konzentrationsindex, die auf eine Verminderung der Konzentration hinweisen ($\delta_1 = 4,0$ und $\delta_2 = 2,5$). Wie erklärt sich nun dieser Widerspruch? Zur Beantwortung dieser Frage erinnern wir uns vorerst daran, daß sich aus der uns bekannten Definitionsgleichung des Konzentrationsindex die folgende Beziehung ableiten läßt:

$$\delta = \frac{\log V_z}{\log V_e}.$$

Während beim „Verteilungskoeffizienten“ die natürlichen Zahlen für das Einkommens- und das Zensitenverhältnis in die Definitionsgleichung eingehen, treten hier die entsprechenden Logarithmen auf. Der Widerspruch, auf den wir gestoßen sind, liegt deshalb vermutlich darin begründet, daß die Berechnung des Konzentrationsindex auf den Logarithmen der Einkommens- und der Zensitenverhältnisse beruht, während beim „Verteilungskoeffizienten“ die entsprechenden Prozentzahlen maßgeblich sind. Unsere Ansicht erweist sich als richtig, wenn wir die Veränderungen der Logarithmen aus den Einkommens- bzw. Zensitenverhältnissen betrachten. Wir finden nämlich die folgenden Zahlenwerte:

Zeitpunkt 1:	$\log V_{e1} = -0,15490$	100
	$\log V_{z1} = -0,65758$	100
Zeitpunkt 2:	$\log V_{e2} = -0,52288$	338
	$\log V_{z2} = -1,30103$	198.

Den Logarithmen zufolge hat sich das Einkommensverhältnis absolut von 0,15490 auf 0,52288 erhöht, während die entsprechende Logarithmenzahl des Zensitenverhältnisses absolut von 0,65758 auf 1,30103 angestiegen ist.

Der wesentliche Unterschied zwischen dem „Verteilungskoeffizienten“ und dem Konzentrationsindex, auf welchen es zurückzuführen ist, daß sich eine Gegenbewegung zwischen den zeitlich aufeinanderfolgenden „Verteilungskoeffizienten“ und den entsprechenden Konzentrationsindizes einstellen kann, besteht darin, daß in die Berechnung des „Verteilungskoeffizienten“ Prozentzahlen eingehen, und daß das Ergebnis — der „Verteilungskoeffizient“ — ebenfalls eine Prozentzahl bedeutet, während der Konzentrationsindex auf dem Verhältnis zwischen den Logarithmen zweier Wahrscheinlichkeitsverhältnisse (V_e und V_z) beruht. Der Widerspruch, auf den wir gestoßen sind, liegt nun letztendlich darin begründet, daß sich die Logarithmen bekanntlich nicht proportional zu den entsprechenden natürlichen Zahlen verändern.

Es hat sich gezeigt, daß sich eine Abnahme des Konzentrationsindex durchaus mit einer Zunahme des „Verteilungskoeffizienten“ vereinbaren läßt. Eine Verringerung bzw. eine Zunahme des Konzentrationsindex muß nun nicht unbedingt mit einer Zunahme bzw. Verringerung des „Verteilungskoeffizienten“ Hand in Hand gehen. Es ist nämlich durchaus möglich, daß auch eine Gleichbewegung zwischen diesen beiden Maßzahlen festzustellen ist (vgl. das angeführte Beispiel). Wir können also zusammenfassend sagen, daß der „Verteilungskoeffizient“ nicht in eindeutiger Weise an den Konzentrationsindex gebunden ist.

Auf welchen der beiden statistischen Parameter sollen wir bei der Beurteilung der Konzentration abstellen? Aus der Vielzahl möglicher Konzentrationsmaße unterscheiden wir zwischen gröberen und feineren Maßzahlen, wie wir auch beispielsweise zur Messung der Geburtlichkeit über gröbere und feinere Maße verfügen; so die Geburtenziffer als das grösste Maß, die Fruchtbarkeitsziffer und der Reproduktionskoeffizient als die feineren

statistischen Parameter. Bei den gröberen oder rudimentären Maßzahlen besteht die Gefahr, leicht zu Fehlschlüssen verleitet zu werden. So könnte beispielsweise eine niedrige Geburtenziffer dann eine geringe Geburtlichkeit vortäuschen, wenn beispielsweise — bei einer geringen Zahl der Frauen im gebärfähigen Alter — die Zahl der Greise und Greisinnen und die der Kinder groß ist. Dieser irrige Schluß ließe sich nun leicht auf Grund der Fruchtbarkeitsziffer und des Reproduktionskoeffizienten aufdecken und berichtigen, denn trotz der niedrigen Geburtenziffer entfielen dann eine unerwartet hohe Geburtenzahl durchschnittlich auf jede Frau im gebärfähigen Alter. In diesem Falle kann die Geburtenziffer offenbar als ein wenig oder gar ungeeignetes Maß zur Messung der Geburtlichkeit gewertet werden, während die Fruchtbarkeitsziffer und der Reproduktionskoeffizient geeignete Maße darstellen.

So lassen sich auch die Konzentrationsmaße in ungeeignete, wenig geeignete und geeignete Maßzahlen aufteilen. Als wenig geeignete und ungeeignete Konzentrationsmaße bezeichnen wir nun solche, die keine eindeutige und unmißverständliche Aussage über das Ausmaß der Häufung zulassen, die also leicht zu Fehlschlüssen verleiten. Ein solches Maß stellt nun der „Verteilungskoeffizient“ dar, denn die Aussage — so behaupten wir —, daß die Werte dieses statistischen Parameters auf eine Zunahme der Einkommenskonzentration vom Jahre 1896 auf das Jahr 1901 hinweisen, ist aus folgendem Grunde irrig.

Der „Verteilungskoeffizient“ stellt bekanntlich den prozentualen Anteil des Klasseneinkommens an der Einkommenssumme dar, der auf 1 % der Zensitengesamtheit entfällt. Für die Einkommensklasse höchster Ordnung (Einkommen über 12 000 Fr.) stellt *Mangold* fest, daß der „Verteilungskoeffizient“ vom Werte 611 im Jahre 1896 auf den Wert 792 im Jahre 1901 angestiegen ist. Auf Grund dieses Ergebnisses folgert er nun, daß eine Erhöhung der Einkommenskonzentration stattgefunden habe. Diese Aussage — so wiederholen wir — beruht aber auf einem Fehlschluß. Um nun diesen Fehlschluß aufzuzeigen, verfolgen wir den Rechnungsgang, auf Grund dessen sich der „Verteilungskoeffizient“ ergibt. Aus den Klasseneinkommen und den Einkommenssummen einerseits und aus den Zensitenzahlen in dieser Einkommensklasse (Einkommen über 12 000 Fr.) und aus den Zensitengesamtheiten andererseits werden in bekannter Weise vorerst die Einkommens-

anteile und die entsprechenden Zensitenverhältnisse bestimmt. Diese Zahlen seien hier übersichtlich zusammengestellt.

Im Jahre 1896 entfielen 39,01 Millionen Fr. auf 940 Zensiten,
im Jahre 1901 entfielen 39,60 Millionen Fr. auf 983 Zensiten.

Aus diesen Zahlenwerten und den entsprechenden Einkommenssummen (rund 68 Millionen Fr. im Jahre 1896, rund 81 Millionen Franken im Jahre 1901) bzw. den Zensitengesamtheiten (9 971 Pflichtige im Jahre 1896, 14 962 Pflichtige im Jahre 1901) ermitteln wir die folgenden Prozentzahlen:

1896: 57,4 % der Einkommenssumme entfielen auf 9,4 % der Zensitengesamtheit,

1901: 49,2 % der Einkommenssumme entfielen auf 6,6 % der Zensitengesamtheit.

Diese Einkommensanteile dividieren wir nun durch die entsprechenden Zensitenverhältnisse und erhalten dadurch die „Verteilungskoeffizienten“ 6,11 oder — mit 100 multipliziert — 611 für das Jahr 1896 und 748 (in der Arbeit von *Mangold* findet sich der Wert 792) für das Jahr 1901.

Bestände nun die Konzentrationszunahme, die in diesen Werten des „Verteilungskoeffizienten“ zahlenmäßig festgelegt scheint, zu Recht, so müßte sich auch das Einkommen, das einem Zensiten dieser Einkommensklasse zufließt, d. h. das durchschnittliche Klasseneinkommen vom Jahre 1896 auf das Jahr 1901 ebenfalls erhöht haben. Aus den angeführten absoluten Zahlen ermitteln wir aber die folgenden Einkommenswerte:

1896: 41 500 Fr. je Zensiten,

1901: 40 285 Fr. je Zensiten.

Der Einkommensanteil, der auf einen Pflichtigen entfällt, hat sich also verringert, während sich aber der Einkommensanteil, dem 1 % der Zensitengesamtheit zukommt, erhöht hat. Der Vergleich des Hundertteils der Zensitenzahl im ersten Zeitpunkt mit dem gleichen Prozentsatz im zweiten Zeitpunkt scheint also nicht gerechtfertigt zu sein.

Wir können nun diese Hundertteile durch die entsprechenden Zensitenzahlen ersetzen; diese betragen 99,71 oder rund 100 Zensiten im Jahre 1896 und 149,62 oder rund 150 Pflichtige im Jahre

1901. Die Aussage, daß für die Einkommensklasse IV. Ordnung (Einkommen über 12 000 Fr.) im Jahre 1896 auf 1 % der gesamten Pflichtigenzahl rund 6,1 % der Einkommenssumme entfallen, während im Jahre 1901 der entsprechende Einkommensanteil rund 7,5 % beträgt, ist offenbar jener Aussage gleichbedeutend, daß im Jahre 1896 den rund 100 Pflichtigen rund 6,1 % der Einkommenssumme zufallen, während im Jahre 1901 sich rund 7,5 % der Einkommenssumme auf rund 150 Pflichtige verteilen. Die Ansicht, daß die Vergleichbarkeit der beiden Einkommensanteile, d. h. der beiden „Verteilungskoeffizienten“ auf Grund der ersten Aussage gewährleistet sei — beziehen sich doch beide Einkommensanteile auf 1 % der Zensitengesamtheiten —, ist aber auf Grund der zweiten Aussage irrig, denn jene beiden Einkommensanteile beziehen sich auf zwei Teilgesamtheiten ungleichen Umfangs — rund 100 Zensiten im Jahre 1896, rund 150 Zensiten im Jahre 1901. Da die Bezugsgröße für diese beiden Jahre (1 % der gesamten Zensitenzahl) nur scheinbar die gleiche ist, dürfte der Vergleich der beiden „Verteilungskoeffizienten“ nicht geboten sein. Um nun dennoch auf dem von *Mangold* eingeschlagenen Wege zu einem brauchbaren Ergebnis zu gelangen, ist es notwendig, den Einkommensanteil für das Jahr 1901 (rund 7,5 %), der sich auf rund 150 Pflichtige bezieht, auf 100 Zensiten zu reduzieren. Wir finden dann, daß diesen 100 Pflichtigen rund 5 % der Einkommenssumme entsprechen; der Wert des „Verteilungskoeffizienten“ wird dann rund 500 betragen. Dieses Ergebnis stimmt nun mit jenen auf Grund des Konzentrationsindex erhaltenen Ergebnissen überein. Es besteht also kein Zweifel, daß sich die Einkommenskonzentration um die Jahrhundertwende vermindert hat.

6.

Dieses Ergebnis — daß sich die Tendenz der Angleichung der hohen und höchsten Einkommen an die niedrigen und mittleren Einkommen während der rund ein halbes Jahrhundert umfassenden Beobachtungsperiode zeigt — unterziehen wir nun einer näheren Betrachtung. Wir werden vorerst den Reihengrößen an sich, d. h. den Konzentrationsindizes als Zahlenwerte — nicht als Maßzahlen der Einkommensverteilung — unsere Aufmerksamkeit zu-

wenden, um uns hierauf mit der Bedeutung dieser Konzentrationsindizes als Maßzahlen der Einkommensverteilung zu befassen.

Bei der ersten Aufgabe, die wir uns stellen, gilt es die Struktur der einzelnen Konzentrationsindizes eingehender zu untersuchen. Wir werden daher die Veränderungen der Klassenkonzentrationsindizes einem zeitlichen Vergleich unterziehen. Es befremdet aber, daß hier von Veränderungen der Klassenkonzentrationsindizes gesprochen wird, denn der Konzentrationsindex kann nur dann als ein charakteristischer Wert der Einkommensverteilungen betrachtet werden, wenn das *Paretosche* Gesetz der Einkommensverteilung erfüllt wird, wenn also alle Klassenkonzentrationsindizes einer Einkommensverteilung einander gleich sind. Treten nun Veränderungen der Klassenkonzentrationsindizes auf, so erscheint die Repräsentativität der Konzentrationsindizes gefährdet. Wie uns Tabelle 16 (Spalten 1 bis 4) zeigt, sind Veränderungen der Klassenkonzentrationsindizes — wenn auch unbedeutende — festzustellen. Auf diese Veränderungen der Klassenkonzentrationsindizes, welche ihrer geringen Größe wegen die Eigenschaft der Konzentrationsindizes als kennzeichnende Maßzahlen nicht in Frage stellen, sei nun unser Augenmerk gerichtet.

Um die wertmäßigen Unterschiede der Klassenkonzentrationsindizes eines jeden Jahres des Beobachtungszeitraums deutlicher hervortreten zu lassen, bilden wir einfache Indexzahlen, indem wir die Zahlenwerte der Spalte 1 in Tabelle 16 als Basiswerte gleich 100 setzen und die Klassenkonzentrationsindizes in den Spalten 2 bis 4 auf die entsprechenden Basiswerte beziehen. Dadurch ergeben sich die Zahlenwerte in Tabelle 16 c. Es ist uns nunmehr darum zu tun, auffällige Veränderungen der Klassenkonzentrationsindizes zu finden. Wie Tabelle 16 c deutlich zeigt, sind — trotz der geringen Veränderungen der Klassenkonzentrationsindizes — solche Veränderungen nicht zu verkennen. So geht aus den Zahlenwerten dieser Tabelle hervor, daß in der Zeit vor dem ersten Weltkrieg die Klassenkonzentrationsindizes mit steigender Klassenordnung (Spalten 1 bis 4) abgenommen haben; in der Zeit nach dem ersten Weltkrieg aber haben sich die Klassenkonzentrationsindizes bei steigender Klassenordnung vorerst vermindert und hierauf erhöht. Der Übergang von der Zeit vor dem ersten Weltkrieg (Vorkriegszeitraum) in die Zeit nach dem ersten Weltkrieg (Zwischenkriegszeitraum) hat also eine weitere Struktur-

veränderung in den Einkommensverteilungen mit sich gebracht.

Tabelle 16 c. Indexzahlen der Klassenkonzentrationsindizes.

Jahr	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	Jahr	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4
1888	100	96	93	—	1915	100	99	98	97
1889	100	96	93	—	1916	100	99	98	97
1890	100	96	93	—	1917	100	101	100	99
1891	100	96	93	—	1918	100	104	106	105
1892	100	95	92	—	1919	100	103	104	103
1893	100	95	91	—	1920	100	94	95	96
1894	100	95	92	—	1921	100	91	92	93
1895	100	94	90	—	1922	100	94	97	98
1896	100	93	90	—	1923	100	96	98	100
1897	100	94	91	—	1924	100	98	101	102
1898	100	94	91	—	1925	100	99	101	102
1899	100	96	94	—	1926	100	97	100	101
1900	100	96	93	—	1927	100	97	99	100
1901	100	96	94	—	1928	100	96	98	99
1902	100	97	95	—	1929	100	95	96	95
1903	100	98	95	—	1930	100	93	95	96
1904	100	99	97	96	1931	100	91	91	92
1905	100	99	97	96	1932	100	91	91	92
1906	100	99	98	96	1933	100	90	90	90
1907	100	99	97	96	1934	100	90	91	91
1908	100	99	98	96	1935	100	89	89	89
1909	100	100	99	97	1936	100	91	92	93
1910	100	101	100	99	1937	100	90	91	92
1911	100	101	100	98	1938	100	90	91	92
1912	100	100	100	98	1939	100	86	86	86
1913	100	100	99	98	1940	100	85	85	86
1914	100	98	98	97	1941	100	89	90	91
					1942	100	86	87	87

Nunmehr sei die Frage aufgeworfen, welchen Einfluß die Konzentrationsverminderung, die in den Werten des Konzentrationsindex ihren zahlenmäßigen Niederschlag findet, auf die Einkommensverteilung ausübt. Wir vergleichen — und damit wird unsere Fragestellung näher umschrieben — die Veränderungen der prozentualen Zensitenhäufigkeiten in jeder Einkommensklasse für ein Jahr mit besonders hohem Wert des Konzentrationsindex und für eines mit besonders niedrigem Konzentrationsindex miteinander. Zu diesem Zwecke nehmen wir an, daß die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes einer jeden der beiden Verteilungen gleich dem Wert des entsprechenden Konzentrationsindex sind; wir sehen also von den unbedeutenden wertmäßigen Verschiedenheiten der einzelnen Klassenkonzentrationsindizes in einer jeden Einkom-

mensverteilung ab. Aus den gegebenen Einkommensverhältnissen V_e und aus dem Wert des Konzentrationsindex errechnen wir für jede der beiden Einkommensverteilungen die Zensitenverhältnisse V_z , die wir die theoretischen Zensitenverhältnisse nennen wollen. Aus diesen theoretischen Zensitenverhältnissen lassen sich leicht die prozentualen Zensitenhäufigkeiten in jeder Klasse ermitteln, indem wir jedes der mit 100 multiplizierten theoretischen Zensitenverhältnisse vom nächsthöheren Wert subtrahieren. Dieser hier skizzierte Rechengang sei an einem Beispiel erläutert.

Aus den rund ein halbes Hundert Einkommensverteilungen wählen wir jene beiden aus, die durch extremale Werte des Konzentrationsindex ausgezeichnet sind, d.h. wir greifen die Einkommensverteilungen der Jahre 1890 ($\delta = 5,40$) und 1935 ($\delta = 2,26$) heraus. Für die Einkommensverteilung des Jahres 1935 sei der Rechengang ausführlich dargelegt.

Vorgängig seien hier die Werte des Einkommens- und des Zensitenverhältnisses wiedergegeben:

Einkommen (1000 Fr.)	V_e %	V_z %
über 0	100,000	100,000
„ 4	73,095	46,238
„ 8	37,238	11,453
„ 12	25,968	5,240
„ 16	20,383	3,084

Aus der uns schon bekannten Beziehung:

$$V_e^\delta = V_z$$

bestimmen wir auf Grund der soeben angeführten Werte des Einkommensverhältnisses und des Konzentrationsindex 2,26 die theoretischen Zensitenverhältnisse $V_{z\text{ th}}$, indem wir die Ausdrücke:

$$0,73095^{2,26}; \quad 0,37238^{2,26}; \quad 0,25968^{2,26} \quad \text{und} \quad 0,20383^{2,26}$$

ermitteln. Die in dieser Weise erhaltenen Zahlenwerte sind nachfolgend zusammengestellt:

Einkommen (1000 Fr.)	$V_{z\text{ th}}$	$V_{z\text{ th}}$ %
über 0	1,00000	100,000
„ 4	0,49248	49,248
„ 8	0,10729	10,729
„ 12	0,04749	4,749
„ 16	0,02748	2,748

Aus den in Prozenten ausgedrückten Zensitenverhältnissen lassen sich nun die prozentualen Zensitenhäufigkeiten N_{th} in jeder Einkommensklasse feststellen. Die Rechnung ergibt die folgenden Werte:

Einkommensklassen (1000 Fr.)	N_{th} %
bis 4	50,752
4—8	38,519
8—12	5,980
12—16	2,001
über 16	2,748
insgesamt	100,000

In gleicher Weise wurden die prozentualen theoretischen Zensitenhäufigkeiten für die Einkommensverteilung des Jahres 1890 errechnet. Die erhaltenen Werte sind der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen:

Einkommensklassen (1000 Fr.)	N_{th} %
bis 4	71,210
4—8	15,472
8—12	4,560
über 12	8,758
insgesamt	100,000

Nun vergleichen wir diese Zensitenhäufigkeiten mit jenen des Jahres 1935. Zu diesem Zwecke stellen wir diese Prozentzahlen einander gegenüber, nachdem wir für die Einkommensverteilung des Jahres 1935 die beiden Einkommensklassen höchster Ordnung (Einkommen von 12 000 Fr. bis 16 000 Fr. und Einkommen über 16 000 Fr.) zusammengefaßt haben. Es ergibt sich dadurch die folgende Zusammenstellung:

Einkommens- klassen (1000 Fr.)	Theoretische Zensitenzahlen in Prozenten	
	1890	1935
bis 4	71,210	50,752
4—8	15,472	38,519
8—12	4,560	5,980
über 12	8,758	4,749
insgesamt	100,000	100,000

Für das Jahr 1935 sind — wie uns sofort auffällt — die relativen Zensitenhäufigkeiten in den beiden extremalen Einkommensklassen (Einkommen bis 4 000 Franken und Einkommen über 12 000 Fr.) kleiner als die entsprechenden Werte für das Jahr 1890, während für die beiden mittleren Einkommensklassen das Gegenteil gilt.

Der Konzentrationsindex ist — wie wir gesehen haben — ein geeignetes Maß, besonders die Verteilung der Einkommen zu kennzeichnen. Weiter wurde im ersten Kapitel darauf hingewiesen, daß der Konzentrationsindex mit dem *Paretoschen* Verteilungsmaß methodologisch eng verknüpft ist, leitet sich doch jene auf Grund dieser Maßzahl ab. Im gleichen Kapitel wurde angeführt, daß *Pareto* seinem Parameter eine örtliche wie auch zeitliche Konstanz zusprach, die sich allerdings dann beim Konzentrationsindex als nicht bestehend erwiesen hat. Es ist hier zwar darauf hinzuweisen, daß vor allem der zeitliche Vergleich dieser Maßzahlen ein beschränkter war; damit soll gesagt werden, daß die Zahlenwerte dieser Parameter für nur wenige Jahre miteinander verglichen wurden. Im Vordergrund stand jeweils die Frage, ob dieser Parameter im ersten Zeitpunkt gleich, kleiner oder größer ist als die entsprechende Maßzahl im zweiten Zeitpunkt. Je nach der Antwort auf diese Frage wurde — was den Konzentrationsindex betrifft — gefolgert, die Konzentration beispielsweise der Einkommen sei sich gleich geblieben, habe zu- oder aber abgenommen. Bei solchen zeitlich beschränkten Vergleichen ist es verständlich, daß man sich mit dieser Feststellung zufrieden gab.

Auch wir haben es mit einem zeitlichen Vergleich von Konzentrationsindizes zu tun, nämlich mit dem Vergleich der Einkommenskonzentration für die Jahre 1888 bis 1942. Es stellt sich uns deshalb als erste Frage jene, ob während dieses rund ein halbes Jahrhundert umfassenden Beobachtungszeitraumes die Konzentration der Einkommen zu- oder abgenommen hat oder sich gleich geblieben ist. Diese Frage ist nun schon beantwortet, denn es wurde festgestellt, daß der diese Zeitreihe kennzeichnende Trend eine negative Steigung aufweist, d. h. von links oben nach rechts unten abfällt (vgl. Abb. 2). Ständen uns beispielsweise nur die Konzentrationsindizes der beiden Extremaljahre (1888 und 1942) zur Verfügung, so könnten wir uns begnügen, dies festgestellt zu haben. Uns sind aber diese Parameter für jedes einzelne der in dieser Zeitspanne inbegriffenen Jahre bekannt, und zudem nehmen die Konzentrationsindizes chronologisch nicht gleichmäßig ab; Verringerungen des Konzentrationsindex wechseln mit Zunahmen dieser Maßzahl ab. Überdies stoßen wir auf stärkere oder

schwächere Veränderungen dieses Parameters als sie der gleichmäßigen Abnahme entsprächen. Immer noch fragen wir uns zwar, ob die Einkommenskonzentration zu- oder abgenommen habe oder sich gleichgeblieben sei; daneben aber stellt sich uns eine weitere Frage, die zu beantworten uns reizen muß, nämlich: Wie verhalten sich die einzelnen Veränderungen des Konzentrationsindex zueinander? So beispielsweise die Frage, ob die Abnahme der Einkommenskonzentration vom Jahre 1898 zum Jahre 1899 gleich groß ist wie jene von 1937 auf 1938. Es wird aufgefallen sein, daß wir nun nicht von der Abnahme der Konzentrationsindizes, sondern von der Abnahme der Konzentration schlechthin gesprochen haben. Dies hat seinen Grund, denn wir unterscheiden hier zwischen den Veränderungen der Maßzahl und den Veränderungen dessen, was durch diese Maßzahl ausgedrückt werden soll, d. h. in unserem Falle zwischen den Veränderungen des Konzentrationsindex und jenen der Einkommenskonzentration. Veränderungen des Konzentrationsindex, d. h. der Maßzahl, wollen wir als zahlenmäßige Veränderungen bezeichnen, und solche der Einkommenskonzentration als bedeutungsmäßige. Dadurch wird die grundlegende Frage nach dem Größer-, Kleiner- oder Gleichsein genauer gefaßt, indem nunmehr dem zahlenmäßigen Größer-, Kleiner- oder Gleichsein das bedeutungsmäßige zur Seite gestellt wird.

In vielen Fällen deckt sich die zahlenmäßige Aussage mit der bedeutungsmäßigen. In anderen Fällen jedoch sind diese beiden Aussagen nicht gleichbedeutend. Dies trifft beispielsweise für den Korrelationskoeffizienten zu. Nimmt dieser beispielsweise von $+0,2$ auf $+0,4$ und für ein anderes Kollektiv von $+0,7$ auf $+0,9$ zu, so ist die Zunahme des Ausmaßes der stochastischen Verbundenheit, die durch diese Parameter ausgedrückt wird, in diesen beiden Fällen nicht die gleiche. Solche Unstimmigkeiten zwischen der Veränderung der Maßzahl und jener ihrer Bedeutung treten nun dann ein, wenn — mathematisch ausgedrückt — die unabhängige Variable (in unserem Falle die einzelnen Feldbesetzungszahlen in der Korrelationstabelle) keine lineare Funktion der abhängigen Veränderlichen (des Korrelationskoeffizienten) ist.

Eine solche Unstimmigkeit ist auch zwischen den Veränderungen des Konzentrationsindex und jenen der Konzentration festzustellen, denn das Zensitenverhältnis, dem ein bestimmtes Einkommens-

verhältnis entspricht, verändert sich — wie wir schon im ersten Kapitel gesehen haben — nicht linear, sondern exponential mit dem Konzentrationsindex, d. h. nach dem Bildungsgesetz einer geometrischen Reihe; es ist nämlich

$$V_e^\delta = V_z,$$

mit δ als veränderlicher Größe.

Einen Begriff über das Ausmaß der Konzentration gewinnen wir nun, wenn wir für einen bestimmten Wert des Konzentrationsindex nach dem Zensitenanteil fragen, dem ein bestimmter Einkommensanteil, z. B. die Hälfte der Einkommenssumme, zufällt. Die Konzentration, die einem bestimmten Konzentrationsindex entspricht, drückt sich also bedeutungsmäßig im Zensitenverhältnis aus, wenn das Einkommensverhältnis gegeben ist. Es sei beispielsweise für das Einkommensverhältnis der Wert $\frac{1}{2}$ gesetzt; dann sagen die Konzentrationsindizes 2, 3, 4 usw. aus, daß der festgesetzte Einkommensanteil auf einen Viertel, einen Achtel, einen Sechzehntel usw. der Zensitengesamtheit entfällt. Dies kann an Hand der uns bekannten Definitionsgleichung für den Konzentrationsindex nachgeprüft werden, wobei $V_e = \frac{1}{2}$ ist. Für weitere Werte des Einkommensverhältnisses sind die entsprechenden Zensitenverhältnisse als Funktion des Konzentrationsindex der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen.

Einkommensverhältnisse V_e

δ	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
2	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{9}{16}$
3	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{27}{64}$
4	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{16}{81}$	$\frac{81}{256}$
5	$\frac{1}{1024}$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{32}{243}$	$\frac{243}{1024}$
6	$\frac{1}{4096}$	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{64}{729}$	$\frac{729}{4096}$

Aus diesen Zahlen ist ohne weiteres ersichtlich, daß der Konzentrationsindex in gleichen Intervallen, d. h. linear oder arithmetisch fortschreitet, während dies beim Zensitenverhältnis nicht zutrifft. Wenn der Konzentrationsindex um je eine Einheit von 1 auf 2, von 2 auf 3 usw. zunimmt, verringert sich — beispielsweise für $V_e = \frac{1}{2}$ — das Zensitenverhältnis von $\frac{1}{2}$ auf $\frac{1}{4}$, d. h. um einen Viertel, von $\frac{1}{4}$ auf $\frac{1}{8}$, d. h. um einen Achtel usw. Das für die Zensitenverhältnisse geltende Bildungsgesetz entspricht also jenem einer geometrischen Reihe, wobei das Anfangsglied (entsprechend $V_e = \frac{1}{2}$) $\frac{1}{2}$, d. h. ein echter Bruch ist. Der in gleichbleibenden Intervallen fortschreitende Konzentrationsindex verleitet uns zu vermuten, daß die Zunahme der Konzentration, die durch die beiden Konzentrationsindizes 2 und 3 gekennzeichnet sein möge, gleich groß sei wie jene, die den Konzentrationsindizes 3 und 4 entspricht. Nach dem Zensitenverhältnis zu urteilen, hat sich aber der Anteil der Zensiten, dem beispielsweise die Hälfte der Einkommenssumme entspricht, im ersten Falle um einen Achtel verringert, im zweiten Falle jedoch nur noch um einen Sechzehntel. Die Verminderung der Konzentration wäre danach im zweiten Falle kleiner als im ersten Falle. Würde man nur auf die Konzentrationsindizes abstellen, so verfielen man offenbar leicht einer irrigen Folgerung über die Konzentrationsveränderung. Besonders verhängnisvoll wirkt sich dieser Unterschied dann aus, wenn eine längere Zeitreihe von Konzentrationsindizes wie in Abb. 2 dargestellt wird, d. h. wenn für diese Zeitreihe die Konzentrationsindizes auf der Ordinatenachse als äquidistante Punkte abgetragen werden. Aus dieser Abbildung sind wohl die zahlenmäßigen Veränderungen der Konzentrationsindizes abzulesen, nicht aber die bedeutungsmäßigen Unterschiede der Konzentration. Uns interessieren nun nicht die zahlenmäßigen Veränderungen der Konzentrationsindizes — sind diese doch nur Mittel zum Zwecke, d. h. zahlenmäßige Ausdrücke eines bedeutungsmäßigen Sachverhaltes —, sondern die Frage, welchmaßen sich die Konzentration (in unserem Falle die Einkommenskonzentration) verändert hat. Es dürfte deshalb zweckdienlich sein, nach einer geeigneten graphischen Darstellung einer solchen Zeitreihe von Konzentrationsindizes zu suchen, in welcher die bedeutungsmäßigen Veränderungen der Konzentration, nicht die zahlenmäßigen der Konzentrationsindizes, festgehalten werden.

Wir haben schon gesehen, daß diese bedeutungsmäßigen Ver-

änderungen in den Werten des Zensitenverhältnisses besonders deutlich zutage treten. Es dürfte deshalb nahe liegen, diese Verhältniszahlen auf dem Ordinatenmaßstab abzutragen. Wird der Wert des Einkommensverhältnisses festgesetzt (z. B. $V_e = \frac{1}{2}$), so entspricht jedem Konzentrationsindex ein bestimmter Wert des Zensitenverhältnisses V_z . Für jedes Jahr des Beobachtungszeitraumes tragen wir nun das prozentuale Zensitenverhältnis als Säule über dem entsprechenden Jahre als Basis auf¹⁹⁾. Dadurch erhalten wir eine Säulenfolge, ein Histogramm, das in Abb. 2 miteingetragen ist. Betrachten wir dieses Stäbchendiagramm etwas genauer, so finden wir, daß — abgesehen von der Gegenbewegung zwischen der Säulenfolge und dem Streckenzug der Konzentrationsindizes — im Gegensatz zu den Konzentrationsindizes die Zensitenverhältnisse zu Beginn des Beobachtungszeitraumes weniger auffällige Veränderungen zeigen als gegen das Ende der Beobachtungsperiode hin. Vor dem ersten Weltkrieg waren also die Schwankungen in der Einkommenskonzentration weniger ausgeprägt als in der Zwischenkriegszeit. Hätten wir bloß auf die zeitliche Folge der Konzentrationsindizes abgestellt, so wären wir zum entgegengesetzten Ergebnis gelangt.

Welche weitere praktische Bedeutung kommt dieser Darstellung noch zu? Diese wird augenfällig, wenn die zahlenmäßigen Veränderungen der Konzentrationsindizes — wie sie aus dem Streckenzug in Abb. 2 hervorgehen — mit den bedeutungsmäßigen der Konzentration — wie sie in der Säulenfolge der Abb. 2 zur Darstellung kommen — direkt verglichen werden. Der Streckenzug zeigt beispielsweise, daß die Abnahme der Konzentrationsindizes vom Jahre 1898 auf das Jahr 1899 größer ist als die entsprechende Abnahme vom Jahre 1937 auf das Jahr 1938, denn die Neigung der jene Punkte verbindenden Teilgeraden, welche die Größe der Konzentrationsindizes in den Jahren 1898 und 1899 kennzeichnen,

¹⁹⁾ Dieser Darstellung entspricht es, wenn statt dessen die Konzentrationsindizes in geometrischer Progression auf der Ordinatenachse abgetragen werden. Die genaue Größe der Ordinate eines jeden Konzentrationsindex ergibt sich auf Grund der Summenformel für endliche geometrische Reihen zu

$$d = a \frac{V_e^0 - 1}{V_e - 1}.$$

Hierin bedeutet a der Abstand zwischen jenen Punkten, die den Konzentrationsindizes 0 und 1 entsprechen (vergl. Abb. 2 a).

ist größer als die Neigung der den Konzentrationsindizes in den Jahren 1937 und 1938 entsprechenden Teilgeraden. Für das erste Jahrespaar finden wir — nach Tabelle 16 — die absolute Abnahme des Konzentrationsindex um 0,05 Einheiten; während des zweiten Jahrespaares aber vermindert sich der Konzentrationsindex um 0,03 Einheiten. Die Abnahme des Konzentrationsindex ist also für das erste Jahrespaar größer als für das zweite. Um dieses Ergebnis zu prüfen, bestimmen wir den Bruchteil der Gesamtzahl der Zensiten, auf welche die Hälfte der Einkommenssumme entfällt, wobei wir sowohl die Gesamtzahl der Zensiten als auch die Einkommenssumme gleich Eins setzen. Aus der Beziehung

$$V_e^\delta = V_z$$

oder

$$\left(\frac{1}{2}\right)^\delta = V_z$$

berechnen wir auf Grund der Konzentrationsindizes in Tabelle 16 die Unbekannte V_z für die Jahre 1898 und 1899, sowie für 1937 und 1938. Die Rechnung ergibt die folgenden Zahlen:

für das Jahr 1898	$V_z = 4,9\%$,
„ „ „ 1899	$V_z = 5,1\%$,
„ „ „ 1937	$V_z = 18,9\%$,
„ „ „ 1938	$V_z = 19,5\%$,

Bilden wir nun die Differenzen zwischen den Werten für V_z der Jahre 1898 und 1899 einerseits und 1937 und 1938 andererseits, so ergibt sich:

für die Jahre 1898 und 1899	0,2%
„ „ „ 1937 „ 1938	0,6%

Die Differenz ist also — unserem ersten Ergebnis widersprechend — für das erste Jahrespaar kleiner als für das zweite²⁰⁾. Dies besagt aber, daß trotz der größeren Neigung der Teilgeraden, welche

²⁰⁾ Berechnen wir für diese beiden Jahrespaare statt der Differenzen aus den Werten V_z deren Quotienten, so ergibt sich:

für die Jahre 1898 und 1899	0,966,
„ „ „ 1937 „ 1938	0,970.

Wiederum finden wir, daß die Veränderung der Konzentration für das zweite Jahrespaar größer ist.

die den Werten des Konzentrationsindex für die Jahre 1898 und 1899 entsprechenden Punkte miteinander verbindet, verglichen mit jener, die von den entsprechenden Punkten für die Jahre 1937 und 1938 verläuft, die Abnahme der Einkommenskonzentration (bedeutungsgemäß) für das Jahrespaar 1937/1938 größer ist als für das Jahrespaar 1898/1899. Wenn wir uns weiter die Aufgabe stellen, die Veränderungen der Konzentration einander vergleichend gegenüberzustellen, so können wir diese in einfacher Weise lösen. Wir brauchen nämlich nur die einzelnen Zensitenverhältnisse miteinander zu vergleichen, um über die Veränderung der Konzentration unterrichtet zu sein ²¹⁾).

Tabelle 16 d. Veränderungskoeffizient für die Jahre 1888—1942.

Jahre	V _k % (1)	Jahre	V _k % (2)
1888/89	+ 1,86	1915/16	+ 3,42
1889/90	+ 0,38	1916/17	+ 7,12
1890/91	— 1,18	1917/18	0
1891/92	— 7,12	1918/19	— 11,02
1892/93	+ 2,81	1919/20	— 8,36
1893/94	— 3,08	1920/21	— 7,21
1894/95	+ 1,48	1921/22	+ 1,31
1895/96	+ 2,80	1922/23	+ 5,47
1896/97	+ 1,99	1923/24	— 1,80
1897/98	— 2,78	1924/25	+ 1,80
1898/99	— 0,35	1925/26	+ 2,12
1899/00	+ 0,68	1926/27	+ 2,17
1900/01	— 3,56	1927/28	+ 1,11
1901/02	— 2,68	1928/29	— 5,62
1902/03	+ 1,25	1929/30	+ 0,44
1903/04	+ 1,43	1930/31	— 5,68
1904/05	+ 0,87	1931/32	— 1,04
1905/06	0	1932/33	— 3,31
1906/07	— 0,26	1933/34	+ 1,13
1907/08	— 2,98	1934/35	— 1,42
1908/09	+ 0,73	1935/36	+ 4,12
1909/10	— 0,31	1936/37	+ 0,26
1910/11	— 0,10	1937/38	— 0,78
1911/12	+ 2,31	1938/39	— 1,62
1912/13	— 2,31	1939/40	+ 3,68
1913/14	— 1,54	1940/41	— 1,53
1914/15	— 5,77	1941/42	— 0,79

²¹⁾ Die Darstellung der Konzentrationsindizes als geometrische Reihe gibt uns ein Mittel in die Hand, eine Maßzahl der Konzentrationsveränderung abzuleiten. Die mit 100 multiplizierten und durch das Einkommensverhält-

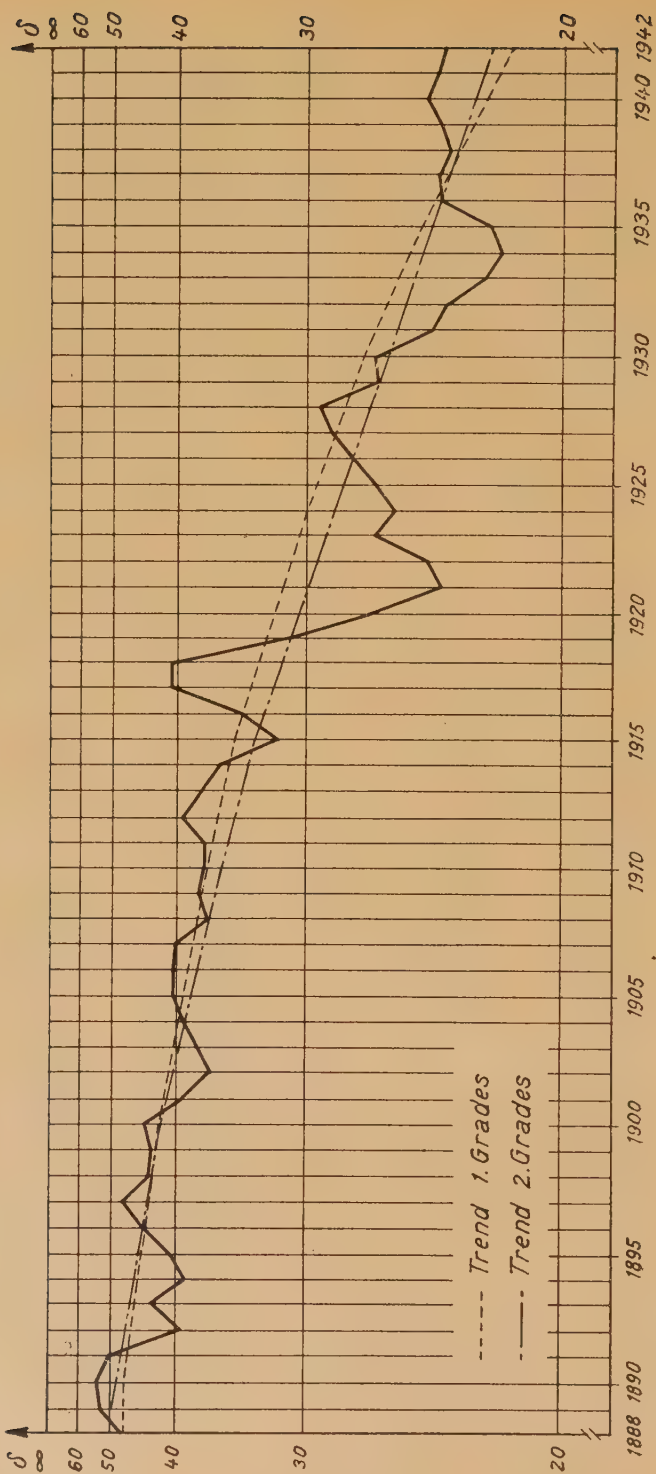


Abb. 2a.

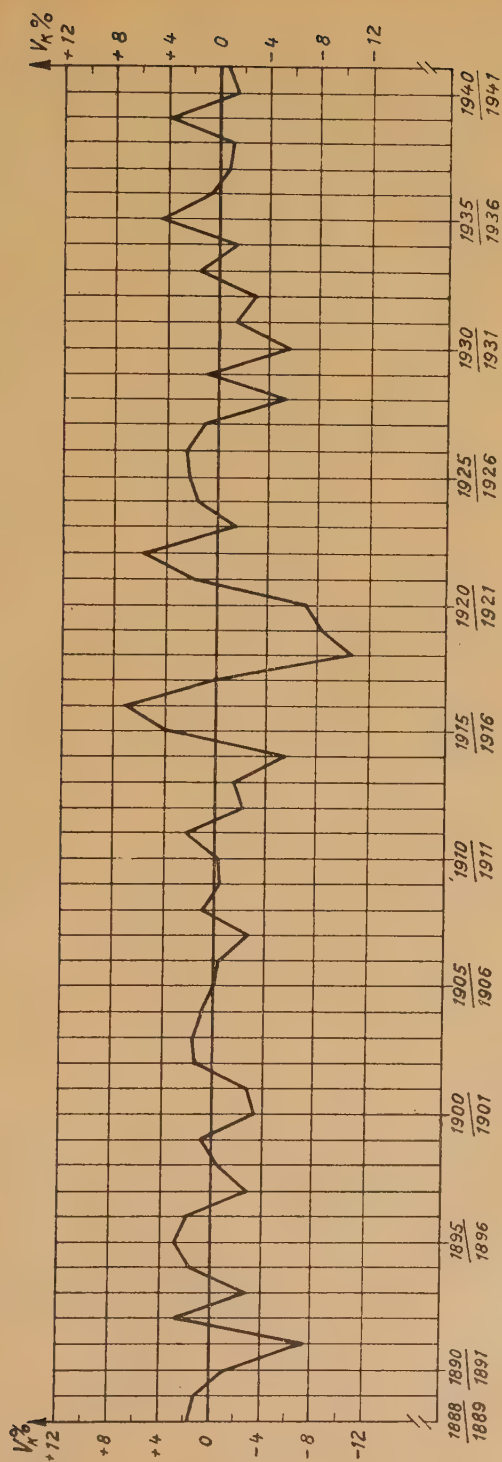


Abb. 2b.

Unsere Aufgabe war es bis jetzt, den Verlauf der Einkommenskonzentration im Kanton Basel-Stadt für das halbe Jahrhundert 1888 bis 1942 durch eine geeignete graphische Darstellung sowie durch einen geeigneten statistischen Parameter genauer zu bestimmen. Dadurch, daß die üblichen graphischen Darstellungen leicht zu Fehlschlüssen verleiten, und auch dadurch, daß die üblichen statistischen Kennzahlen nicht unserem Zwecke entsprechend angewendet werden können, ergab sich die Notwendigkeit, neue Wege zu begehen. Der neueingeführte statistische Parameter V_k hat es uns ermöglicht, besonders ausgeprägte Veränderungen der Einkommenskonzentration im Veränderungsdiagramm zeitlich festzulegen (Abb. 2b). Es erscheint nun als gegeben, diese durch große Konzentrationsveränderungen gekennzeichneten Jahresgruppen von der wirtschaftlichen Seite her zu betrachten. Diese Aufgabe birgt aber Schwierigkeiten in sich, denn es dürfte schwer halten für Jahre, welche rund um ein halbes Jahrhundert zurückliegen, Angaben über die wirtschaftliche Lage ausfindig zu machen, die für unsere Zwecke geeignet sind. Dies hat seinen Grund darin, daß das Wirtschaftsleben jener Jahre noch nicht in einer solchen genauen Weise zahlenmäßig festgehalten wurde, wie wir es heute gewohnt sind. Es stimmt wohl, daß man sich bemüht, die wirtschaftliche Entwicklung so weit zurückzuverfolgen als es möglich ist; doch die Ergebnisse dieser Untersuchungen — so wertvoll sie sind — können für unsere Betrachtung nur teilstück-

nis V_e dividierten Differenzen zwischen zwei, bestimmte Konzentrationsindizes kennzeichnende Ordinaten, d. h. der Wert

$$V_k = 100 \frac{V_e^{\delta_1} - V_e^{\delta_2}}{V_e} \%$$

ergibt eine geeignete Maßzahl der Konzentrationsveränderung. Für die betrachteten Konzentrationsindizes wurde diese Maßzahl bestimmt und in Tabelle 16d zusammengestellt und in Abb. 2b aufgetragen. Zu erwähnen ist noch, daß diese Maßzahl additiv ist, d. h. die algebraische Summe der V_k -Werte für eine bestimmte Zeitspanne ist gleich der Veränderung der Konzentration zwischen dem ersten und letzten Jahr dieser Zeitspanne. So findet sich die Konzentrationsveränderung zwischen dem Jahre 1888 und dem Jahre 1942 dadurch, daß alle Veränderungskoeffizienten dieses Beobachtungszeitraumes ihrem Vorzeichen nach addiert werden; es ergibt sich so die Gesamtveränderung von $-31,46\%$.

artig herangezogen werden. Diese Tatsachen bringen es mit sich, daß eine wirklich erschöpfende Behandlung der Wechselwirkungen zwischen der Einkommenskonzentration im Kanton Basel-Stadt und der wirtschaftlichen Entwicklung nicht leicht ist. Wir haben uns aber bemüht, diese Wechselwirkungen wenigstens für einzelne Jahresgruppen so deutlich wie möglich hervortreten zu lassen.

Wir heben drei Jahresgruppen aus dem gesamten Beobachtungszeitraum heraus: Die erste Gruppe, die Jahre von 1888 bis 1892 umfassend, die zweite Gruppe mit den Jahren 1914 bis 1922 und endlich die dritte Gruppe, der die Jahre 1925 bis 1941 entsprechen. Nicht nur im Veränderungsdiagramm (Abb. 2b) fallen diese drei Jahresgruppen besonders auf, sondern sie treten auch bei ausgeschaltetem Trend (Abb. 2c und Tabelle 16e) deutlich hervor.

Tabelle 16 e. Trendbereinigung der Konzentrationsindizes.

Jahr	Trendwerte		Abweichungen der effektiven Werte von den linearen Trendwerten	Jahr	Trendwerte		Abweichungen der effektiven Werte von den linearen Trendwerten
	linear	quadratisch			linear	quadratisch	
1888	4,79	5,18	+ 0,05	1915	3,44	3,25	— 0,28
1889	4,74	5,09	+ 0,55	1916	3,39	3,20	+ 0,01
1890	4,69	5,00	+ 0,71	1917	3,34	3,15	+ 0,74
1891	4,64	4,91	+ 0,44	1918	3,29	3,11	+ 0,79
1892	4,59	4,82	— 0,65	1919	3,24	3,06	— 0,11
1893	4,54	4,74	— 0,25	1920	3,19	3,02	— 0,51
1894	4,49	4,65	— 0,58	1921	3,14	2,98	— 0,76
1895	4,44	4,57	— 0,36	1922	3,09	2,94	— 0,66
1896	4,39	4,49	+ 0,08	1923	3,04	2,90	— 0,38
1897	4,34	4,41	+ 0,49	1924	2,99	2,86	— 0,41
1898	4,29	4,33	+ 0,06	1925	2,94	2,83	— 0,28
1899	4,24	4,25	+ 0,06	1926	2,89	2,80	— 0,13
1900	4,19	4,18	+ 0,21	1927	2,84	2,77	+ 0,03
1901	4,14	4,11	— 0,20	1928	2,79	2,74	+ 0,14
1902	4,09	4,04	— 0,42	1929	2,74	2,71	— 0,09
1903	4,04	3,97	— 0,25	1930	2,69	2,68	— 0,02
1904	3,99	3,90	— 0,05	1931	2,64	2,65	— 0,21
1905	3,94	3,83	+ 0,10	1932	2,59	2,63	— 0,20
1906	3,89	3,77	+ 0,15	1933	2,54	2,61	— 0,27
1907	3,84	3,70	+ 0,17	1934	2,49	2,59	— 0,18
1908	3,79	3,64	— 0,07	1935	2,44	2,57	— 0,18
1909	3,74	3,58	+ 0,03	1936	2,39	2,55	+ 0,02
1910	3,69	3,52	+ 0,05	1937	2,34	2,54	+ 0,08
1911	3,64	3,46	+ 0,09	1938	2,29	2,52	+ 0,10
1912	3,59	3,41	+ 0,38	1939	2,24	2,51	+ 0,09
1913	3,54	3,35	+ 0,19	1940	2,19	2,50	+ 0,28
1914	3,49	3,30	+ 0,10	1941	2,14	2,49	+ 0,27
				1942	2,09	2,48	+ 0,29

Für jedes Jahr dieser drei Jahresgruppen bestimmen wir die durchschnittlichen Einkommen. Zuerst interessiert es uns zu wissen, welchen Veränderungen das gesamthafte Durchschnittseinkommen, d. h. die durch die gesamte Zensitenzahl dividierte Einkommenssumme unterworfen war. Der folgenden Zusammenstellung entnehmen wir die Werte dieser durchschnittlichen Einkommen sowie jene der Konzentrationsindizes für die erste Jahresgruppe.

Jahr	Gesamthafte Durchschnittseinkommen		δ
1888	6 850 Fr.	89	4,84
1889	7 520 „	98	5,29
1890	7 660 „	100	5,40
1891	7 280 „	95	5,08
1892	5 800 „	76	3,94

Aus den einfachen Indexzahlen ist ersichtlich, daß die gesamthafte Durchschnittseinkommen vom Jahre 1888 bis zum Jahre 1890 ansteigen und von diesem Jahre an bis zum Jahre 1892 kleiner werden. Gleichzeitig sehen wir, daß die Konzentrationsindizes dieselbe Bewegung zeigen ²²⁾. Zwischen den gesamthafte Durchschnittseinkommen und den Konzentrationsindizes besteht also eine Übereinstimmung in der Bewegung. Einer Zunahme (Abnahme) des gesamthafte Durchschnittseinkommens entspricht also eine Zunahme (Abnahme) des Konzentrationsindex.

Zu welchem Ergebnis gelangen wir, wenn wir auch für die beiden übrigen Jahresgruppen die gesamthafte Durchschnittseinkommen berechnen und deren Bewegung mit jener der entsprechenden Konzentrationsindizes vergleichen? Der zweiten Jahresgruppe entsprechen die folgenden Durchschnittseinkommen:

Jahr	Gesamthafte Durchschnittseinkommen		δ
1914	4 500 Fr.	100	3,59
1915	4 060 „	90	3,16
1916	4 370 „	97	3,40
1917	5 010 „	111	4,08
1918	5 270 „	117	4,08
1919	5 700 „	127	3,13
1920	5 340 „	119	2,68
1921	5 650 „	126	2,38
1922	6 100 „	136	2,43

²²⁾ Für derartige Vergleiche empfiehlt es sich, statt der Veränderungen der Einkommenskonzentration jene der Konzentrationsindizes heranzuziehen, denn die Konzentrationsveränderungen entsprechen den Veränderungen der Konzentrationsindizes.

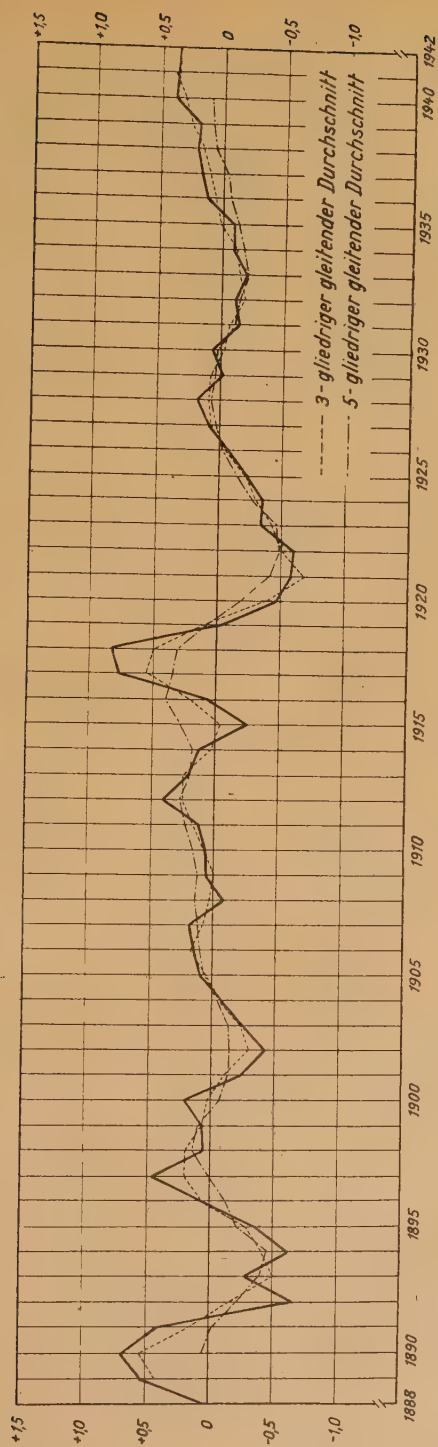


Abb. 2 c.

Eine Gleichbewegung zwischen den Durchschnittseinkommen und den Konzentrationsindizes findet sich in fünf von insgesamt acht Jahrespaaren, nämlich für die Jahre 1914/15, 1915/16, 1916/17, 1919/20 und 1921/22. Es zeigt sich also, daß für diese die Jahre 1914 bis 1922 umfassende Jahresgruppe die Gleichbewegung nicht sehr ausgeprägt ist. Für die angeführten Jahrespaare aber finden wir, daß ein Entsprechungsverhältnis zwischen dem Durchschnittseinkommen und dem Konzentrationsindex besteht, daß also kleine Veränderungen des Durchschnittseinkommens mit gleichgerichteten kleinen Veränderungen des Konzentrationsindex zusammenfallen und umgekehrt. Trotzdem aber scheint ein zwingender Grund für das Eintreten dieses Entsprechungsverhältnisses nicht zu bestehen.

Für die dritte Jahresgruppe wurde ebenfalls das Verhältnis des gesamthaften Durchschnittseinkommens zum Konzentrationsindex untersucht. Es ergibt sich die folgende Zusammenstellung:

Jahr	Gesamthaftes Durchschnittseinkommen		δ
1925	6 240 Fr.	95	2,66
1926	6 320 „	97	2,76
1927	6 510 „	99	2,87
1928	6 550 „	100	2,93
1929	6 280 „	96	2,65
1930	6 360 „	97	2,67
1931	5 840 „	89	2,43
1932	5 680 „	87	2,39
1933	5 430 „	83	2,27
1934	5 430 „	83	2,31
1935	5 310 „	81	2,26
1936	5 660 „	87	2,41
1937	5 640 „	86	2,42
1938	5 660 „	87	2,39
1939	5 590 „	85	2,33
1940	5 900 „	90	2,47
1941	6 300 „	96	2,41

Um nun festzustellen, ob zwischen dem Durchschnittseinkommen und dem Konzentrationsindex eine Gleichbewegung besteht, und ob diese Gleichbewegung ausgeprägt ist, bestimmen wir für diese aus 17 Gliedern bestehenden Zeitreihen den Korrelationskoeffizienten. Dieser nimmt den Wert $r = +0,815$ an²³⁾. Dieser Wert

²³⁾ Dieser Korrelationskoeffizient bezieht sich auf die Klassenaufteilung bei den Einkommensverteilungen in den Arbeiten von *Mangold* [9] und *Jenny* [8]. Für die neue Klassenaufteilung errechnet sich der Korrelations-

deutet auf eine sehr ausgeprägte Gleichbewegung hin²⁴⁾. Dieses Ergebnis bestätigt uns also, daß wiederum kleinen (großen) Veränderungen der gesamthaften Durchschnittseinkommen gleichgerichtete kleine (große) Veränderungen der Konzentrationsindizes entsprechen.

Wie wir schon erwähnt haben, dürfte kein zwingender Grund für diese Gleichbewegung bestehen. Wir werden deshalb dieser Eigentümlichkeit nachgehen müssen, denn es hat den Anschein, daß hier ein kennzeichnendes Merkmal der Einkommensverteilungen vorliegt.

Wann, so fragen wir uns, tritt eine Konzentrationsverminderung ein²⁵⁾? Eine geringe Konzentration der Einkommen liegt unbestreitbar dann vor, wenn der Anteil an der Einkommenssumme für die Einkommensklassen niederer Ordnung groß, und in entsprechender Weise dieser Einkommensanteil für die Einkommensklassen höherer Ordnung klein ist²⁶⁾. Dadurch, daß wir den Einkommensanteil an der Einkommenssumme als maßgeblich betrachten, nehmen wir eine allen Einkommensverteilungen gemeinsame relative Einkommenssumme (z. B. 100 Prozent) an.

Der Anteil an der Einkommenssumme beispielsweise für die Einkommensklassen höherer Ordnung kann nun offenbar zu- oder

koeffizient zu $r = +0,814$. Der Unterschied zwischen diesen beiden Korrelationskoeffizienten ist sehr klein.

²⁴⁾ Der Korrelationskoeffizient ist zwar nicht immer ein geeignetes Mittel zur Messung der stochastischen Verbundenheit zwischen zwei statistischen Reihen. Für bestimmte Zwecke empfiehlt es sich aber, statt des Korrelationskoeffizienten das Ausmaß der K o g r a d u a t i o n zu bestimmen. Näheres hierüber findet sich in *Salvemini* [13], in den „Bulletins de l'Institut International de Statistique“ der XXII. und XXIII. Sitzung [1], sowie in den Publikationen [3], [4], [5] und [6] von *Gini*. Dieser statistische Parameter wurde von *Gini* in die statistische Methodologie eingeführt. Für die alte Klassenaufteilung wird die Kograduation durch den Wert $J = +0,858$ und für die neue Klassenaufteilung durch den Wert $J = +0,830$ gekennzeichnet (über den Rechnungsgang vergl. Anhang 2).

²⁵⁾ In gleicher Weise lassen sich die einer Konzentrationserhöhung entsprechenden Fälle ableiten.

²⁶⁾ Den unbestimmten Ausdrücken „Einkommensklassen niederer Ordnung“ bzw. „Einkommensklassen höherer Ordnung“ kommt eine bestimmte Bedeutung zu, wenn wir uns diese beiden Einkommensgruppen beispielsweise durch das durchschnittliche oder das Zentraleinkommen oder einen ähnlichen die Einkommensverteilung kennzeichnenden Parameter getrennt vorstellen.

abnehmen oder sich gleich bleiben. Bei einer gegebenen Zensitenverteilung bedeutet dies, daß das arithmetische Mittel aus den hohen und höchsten Einkommen — entsprechend den Einkommensklassen höherer Ordnung — zu- oder abnimmt oder sich gleich bleibt. Da nun bei einer Konzentrationsverminderung der Anteil an der Einkommenssumme für die Einkommensklassen niedriger Ordnung größer sein muß als jener für die Einkommensklassen höherer Ordnung, lassen sich die folgenden möglichen Fälle ableiten:

1. Das arithmetische Mittel aus den hohen und höchsten Einkommen nimmt zu;
 - a) Das Mittel aus den kleinen und mittleren Einkommen nimmt gleichzeitig in größerem Ausmaß zu als das Mittel aus den hohen und höchsten Einkommen;
2. Das arithmetische Mittel aus den hohen und höchsten Einkommen nimmt ab;
 - a) Das Mittel aus den kleinen und mittleren Einkommen nimmt gleichzeitig zu,
 - b) Das Mittel aus den kleinen und mittleren Einkommen bleibt sich gleichzeitig unverändert,
 - c) Das Mittel aus den kleinen und mittleren Einkommen nimmt gleichzeitig in kleinerem Ausmaß ab als das Mittel aus den hohen und höchsten Einkommen;
3. Das arithmetische Mittel aus den hohen und höchsten Einkommen bleibt unverändert;
 - a) Das Mittel aus den kleinen und mittleren Einkommen nimmt zu.

Nun überlegen wir uns, für welche dieser Fälle das gesamthafte Durchschnittseinkommen — entsprechend der Einkommenskonzentration — abnimmt. Wir finden, daß dies für die Fälle 2b und 2c sicher eintritt, während für den Fall 2a nur dann das gesamthafte Durchschnittseinkommen abnimmt, wenn die Zunahme des Mittelwertes aus den kleinen und mittleren Einkommen die Verringerung des Mittelwertes aus den hohen und höchsten Einkommen nicht zu überwiegen vermag. Eine Gleichbewegung zwischen den gesamthaften Durchschnittseinkommen und der Einkommenskonzentration ist folglich nur dann möglich, wenn — den

Fällen 2 b und 2 c folgend — die hohen und höchsten Einkommen abnehmen. Es ist also für die betrachteten Einkommensverteilungen charakteristisch, daß die Verminderung der Einkommenskonzentration Hand in Hand geht mit der Verringerung der hohen und höchsten Einkommen. Dies bedingt aber, daß sich die Einkommenssumme entsprechend der Einkommenskonzentration verändert. Diese Behauptung läßt sich nun leicht prüfen; wir berechnen die Korrelation zwischen der Einkommenssumme und dem Konzentrationsindex für die Jahre 1925 bis 1941. Es ergeben sich die folgenden Werte für den Korrelationskoeffizienten:

nach der alten Klassenaufteilung:

$$r = +0,726 \quad (J = +0,713),$$

nach der neuen Klassenaufteilung:

$$r = +0,625 \quad (J = +0,782).$$

Die Gleichbewegung ist auch hier — wie zu erwarten war — deutlich festzustellen. Sie wird besonders augenfällig, wenn in Abb. 3 der Streckenzug der Konzentrationsindizes mit jenem der Einkommenssumme einerseits und des gesamthaften Durchschnittseinkommens (Einkommen je Zensiten) andererseits verglichen wird.

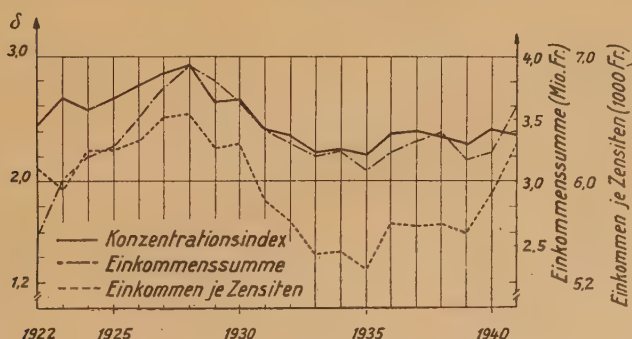


Abb. 3.

Dieses Ergebnis soll nun genauer untersucht werden. Wir bestimmen zu diesem Zwecke die Veränderungen der Durchschnittseinkommen in einer jeden der vier Einkommensklassen der alten Klassenaufteilung. Um diese Art des Durchschnittseinkommens von dem gesamten Durchschnittseinkommen zu unterscheiden, wollen

wir jene — der Klassenordnung entsprechend — als Durchschnittseinkommen erster Ordnung, Durchschnittseinkommen zweiter Ordnung usw. bezeichnen. Die Werte dieser Durchschnittseinkommen für die erste Jahresgruppe (1888—1892) sind der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen:

Jahr	Durchschnittseinkommen (Fr.)			
	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung	4. Ordnung
1888	2 160	5 700	9 960	46 000
1889	2 170	5 770	10 000	49 500
1890	2 180	5 750	10 000	51 500
1891	2 170	5 680	9 930	47 600
1892	2 170	5 660	10 000	38 000

Schon diese Zahlen zeigen deutlich, daß die Durchschnittseinkommen mit zunehmender Einkommenskonzentration zunehmen (größter Wert des Konzentrationsindex im Jahre 1890), während bei abnehmender Einkommenskonzentration ebenfalls eine Abnahme der Durchschnittseinkommen festzustellen ist. Das Ausmaß dieser Zu- und Abnahmen kann jedoch nicht leicht aus diesen Zahlen herausgelesen werden, denn es besteht die Gefahr, daß die verschiedene Größenordnung dieser Zahlen zu Fehlurteilen führt. Erst die prozentualen Zu- und Abnahmen gestatten es uns, über die Veränderlichkeit dieser Durchschnittseinkommen auszusagen. Wir beziehen deshalb diese Durchschnittseinkommen der ersten bis zur vierten Ordnung auf die entsprechenden Werte im Jahre 1890.

Jahr	Durchschnittseinkommen (%)			
	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung	4. Ordnung
1888	99,0	99,0	99,6	89,4
1889	99,5	100,2	100,0	96,0
1890	100,0	100,0	100,0	100,0
1891	99,5	98,8	99,3	92,5
1892	99,5	98,5	100,0	73,7

Diese Zahlen vermitteln uns ein wichtiges Ergebnis. Die Durchschnittseinkommen niedriger und mittlerer Ordnung zeigen nur unbedeutende Veränderungen, während jene der höchsten Ordnung (Durchschnittseinkommen vierter Ordnung) durch deutliche Zu- und Abnahmen ausgezeichnet sind. Für diese finden wir eine Zunahme vom Jahre 1888 bis zum Jahre 1890 von rund 10 % und eine Abnahme vom Jahre 1890 bis zum Jahre 1892 von rund 26 %; demgegenüber beträgt die Zunahme der übrigen Durchschnitts-

einkommen höchstens rund 1 % und die Verringerung höchstens rund 1,5 %. Die prozentualen Zu- und Abnahmen sind also bei den Durchschnittseinkommen vierter Ordnung bedeutend größer als die entsprechenden prozentualen Veränderungen bei den Durchschnittseinkommen erster bis dritter Ordnung. Diese Feststellung legt es nahe zu vermuten, daß die hohen und höchsten Einkommen veränderungsempfindlicher sind als die niedrigen und mittleren Einkommen.

Diese Aussage gilt vorläufig nur für die erste Jahresgruppe. Es bleibt uns nun noch zu untersuchen, ob der Geltungsbereich dieser Aussage auch auf die zweite und dritte Jahresgruppe ausgedehnt werden kann. Wir bestimmen also vorerst die Durchschnittseinkommen erster bis vierter Ordnung für die zweite Jahresgruppe (1914—1922). Hier ergeben sich die folgenden Durchschnittseinkommen:

Jahr	Durchschnittseinkommen (Fr.)			
	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung	4. Ordnung
1914	2 010	5 730	9 540	40 500
1915	2 020	5 460	9 700	34 700
1916	2 040	5 520	9 660	37 700
1917	2 040	5 430	9 660	45 700
1918	2 180	5 230	9 240	49 600
1919	2 680	5 800	10 400	42 300
1920	2 510	5 500	9 620	35 300
1921	2 750	5 570	9 640	30 600
1922	2 920	5 480	9 600	31 900

Während für die Durchschnittseinkommen zweiter und dritter Ordnung keine bedeutsamen Veränderungen festzustellen sind, nehmen die Durchschnittseinkommen erster Ordnung vom Jahre 1914 bis zum Jahre 1922 von rund 2 010 Franken (Minimalwert) bis auf rund 2 920 Franken (Maximalwert) zu; die Durchschnittseinkommen vierter Ordnung aber verringern sich von rund 40 500 Franken im Jahre 1914 auf rund 31 900 Franken im Jahre 1922 (die Extremalwerte sind rund 30 600 Franken im Jahre 1921 und rund 49 600 Franken im Jahre 1918). Diese Bewegungstendenz der durchschnittlichen Einkommen läßt auf eine Verminderung der Einkommenskonzentration für die Jahre von 1914 bis 1922 schließen. Tatsächlich nimmt der Konzentrationsindex vom Werte 3,59 im Jahre 1914 auf den Wert 2,43 im Jahre 1922 ab. Wie die Abbildungen 2, 2 a und 2 c aber zeigen, hat vorgängig der Konzentrationsabnahme eine Zunahme der Einkommenskonzentration

stattgefunden. Diese Bewegung der Einkommenskonzentration spaltet diese zweite Jahresgruppe in zwei Teilgruppen auf: Die erste Teilgruppe vom Jahre 1914 bis zum Jahre 1917, welche durch die zunehmende Konzentration gekennzeichnet ist, und die zweite Teilgruppe von 1918 bis 1922 mit einer sehr ausgeprägten Konzentrationsabnahme. Nun fragen wir uns, welches wohl das Ausmaß dieser Veränderung der Einkommenskonzentration sein wird. Wir bestimmen die bedeutungsmäßige Zu- und Abnahme der Konzentration (vgl. Anm. 24 auf S. 101). Die Rechnung ergibt, daß für die erste Teilgruppe (1914—1917) eine rund 5 % betragende Konzentrationszunahme festzustellen ist (+ 4,78 %); für die zweite Teilgruppe (1918—1922) aber finden wir eine rund 25 % betragende Konzentrationsabnahme (— 25,29 %) ²⁷⁾. Der Ausdruck „Konzentrationsabnahme“ dürfte hier die wirklichen Verhältnisse nicht deutlich genug widerspiegeln; es scheint, daß diese Konzentrationsbewegung eher als „Konzentrationssturz“ bezeichnet werden könnte.

Der soeben angeführten Zusammenstellung können wir nun die Zu- und Abnahmen der durchschnittlichen Einkommen erster bis vierter Ordnung für die Jahre 1914 bis 1917 einerseits und 1918 und 1922 andererseits — entsprechend der Zweiteilung dieser Jahresgruppe — entnehmen:

Jahr	Durchschnittseinkommen (Fr.)			
	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung	4. Ordnung
1914	2 010	5 730	9 540	40 500
1917	2 040	5 430	9 660	45 700
1918	2 180	5 230	9 240	49 600
1922	2 920	5 480	9 600	31 900

Während sich die Durchschnittseinkommen erster Ordnung vom Jahre 1914 bis zum Jahre 1917 nur unbedeutend verändert haben (Zunahme um rund 30 Franken), zeigen die Durchschnittseinkommen zweiter Ordnung eine Abnahme um rund 300 Franken. Für die Durchschnittseinkommen sowohl dritter wie auch vierter Ordnung tritt eine Zunahme um rund 100 Franken bzw. um rund 5 000 Franken ein. Dies läßt die Konzentrationszunahme verständ-

²⁷⁾ Der Streckenzug in Abb. 2 läßt keinen so großen Unterschied zwischen der Konzentrationszunahme von 1914 bis 1917 und der Konzentrationsabnahme von 1918 bis 1922 erkennen. Betrachtet man aber den Streckenzug in Abb. 2 a, so tritt dieser Unterschied deutlich zutage.

lich erscheinen, denn durch die absolute Abnahme der Durchschnittseinkommen erster und zweiter Ordnung und durch die gleichzeitige Zunahme der Durchschnittseinkommen dritter und vierter Ordnung wird die Ungleichmäßigkeit in der Einkommensverteilung erhöht. Vom Jahre 1918 bis zum Jahre 1922 gleichen sich die hohen und höchsten Einkommen den niedrigen und mittleren an (Konzentrationsabnahme). Auch diese Bewegung spiegelt sich in den Veränderungen der durchschnittlichen Einkommen wider. Die Durchschnittseinkommen erster bis dritter Ordnung nehmen vom Jahre 1918 bis zum Jahre 1922 zu, während die Durchschnittseinkommen vierter Ordnung eine ausgeprägte Verringerung erfahren. Die absoluten Zunahmen der Durchschnittseinkommen betragen mit steigender Ordnungszahl 740 Franken, 250 Franken und 360 Franken, also insgesamt 1 350 Franken. Dieser Zunahme steht die Abnahme von 2 300 Franken bei den Durchschnittseinkommen vierter Ordnung gegenüber. Als Folge des Übergewichtes dieser Einkommensverringerung über die Einkommenszunahme muß die Konzentrationsverminderung hervorgehen.

Nun vergleichen wir statt der absoluten Zu- und Abnahmen der durchschnittlichen Einkommen deren prozentuale Veränderungen. Es wurden deshalb — wiederum für die Jahre 1914 bis 1917 einerseits und 1918 bis 1922 andererseits — die Prozentzahlen dieser Durchschnittseinkommen bestimmt, wobei die Einkommenswerte im Jahre 1917 für die erste Teilgruppe und im Jahre 1918 für die zweite Teilgruppe als Bezugswerte gewählt worden sind.

Jahr	Durchschnittseinkommen (%)			
	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung	4. Ordnung
1914	99	105	99	89
1917	100	100	100	100
1918	100	100	100	100
1922	134	105	104	64

Diese einfachen Indexzahlen sind geeignet, zu bestätigen, daß wiederum die hohen und höchsten Einkommen veränderungsempfindlicher sind, daß diese vor allem die Veränderungen in der Einkommenskonzentration zu bewirken scheinen.

Welche Veränderungen der durchschnittlichen Einkommen zeigen sich für die dritte Jahresgruppe (1925—1941)? Um diese Frage beantworten zu können, bestimmen wir wiederum die Durch-

schnittseinkommen erster bis vierter Ordnung. Die Rechnung führt uns zu den folgenden Werten:

Jahr	Durchschnittseinkommen (Fr.)			
	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung	4. Ordnung
1925	2 900	5 370	9 700	35 000
1926	2 840	5 480	9 640	36 800
1927	2 810	5 500	9 650	38 000
1928	2 770	5 500	9 640	38 800
1929	2 830	5 510	9 650	33 500
1930	2 810	5 530	9 620	33 700
1931	2 750	5 550	9 660	29 900
1932	2 730	5 510	9 610	28 700
1933	2 720	5 530	9 610	26 800
1934	2 690	5 490	9 620	27 300
1935	2 660	5 470	9 650	26 300
1936	2 710	5 520	9 630	30 100
1937	2 660	5 470	9 640	29 800
1938	2 690	5 500	9 630	29 600
1939	2 610	5 550	9 600	27 300
1940	2 580	5 580	9 620	29 200
1941	2 860	5 530	9 650	29 100

Diese Zusammenstellung zeigt, daß bedeutende Veränderungen der durchschnittlichen Einkommen nur für jene der vierten Ordnung festzustellen sind. Diese nehmen vom Jahre 1925 bis zum Jahre 1928 (Maximalwert) zu. Die Abnahme vom Jahre 1928 auf das Jahr 1929 ist besonders groß, beträgt sie doch rund 14 % des Wertes im Jahre 1928²⁸⁾. Diese im Jahre 1929 begonnene Abwärtsbewegung der durchschnittlichen Einkommen vierter Ordnung setzt sich fort. Nur in den Jahren 1936 (Frankenabwertung) und 1940 (erstes Jahr des zweiten Weltkrieges) läßt sich eine Unterbrechung dieser Bewegung feststellen. Wiederum bestätigt es sich, daß die hohen und höchsten Einkommen veränderungsempfindlicher sind als die niedrigen und mittleren Einkommen: Weiter finden wir, daß zwischen den Veränderungen der hohen und höchsten Einkommen und der Einkommenskonzentration eine Gleichbewegung besteht.

Wir haben in unseren Ausführungen stets von hohen und höchsten Einkommen einerseits und niedrigen und mittleren Einkommen andererseits gesprochen. Diese Unterteilung der Einkommen bringt es nun mit sich, die Veränderungen der Durchschnittseinkommen

²⁸⁾ Bekanntlich fällt der Ausbruch der großen Weltwirtschaftskrise auf diese Jahre, wodurch diese 14 % betragende Abnahme des Durchschnittseinkommens vierter Ordnung verständlich erscheint.

für diese beiden Gruppen zu bestimmen. Welches — so fragen wir uns — soll aber die Höhe des Einkommens sein, das diese beiden Gruppen voneinander trennt? Um diese Grenzhöhe des Einkommens zu ermitteln, gehen wir in der Weise vor, daß wir für die zu betrachtenden Einkommensverteilungen der Reihe nach verschiedene Werte für diese Einkommen annehmen. Indem wir nun die einzelnen Durchschnittseinkommen für ein jedes dieser Grenzeinkommen miteinander vergleichen, läßt sich die für unsere Zwecke geeignetste Grenzhöhe des Einkommens bestimmen.

Aus der sich über rund ein halbes Jahrhundert erstreckenden Beobachtungsperiode wählen wir nun zweckmäßigerweise vorerst nur je zwei Jahre im Vorkriegs- und im Zwischenkriegszeitraum, beispielsweise die Jahre 1890, für welches der Konzentrationsindex seinen höchsten Wert erreicht, und 1913, das letzte Jahr des Vorkriegszeitraumes; in der Zwischenkriegszeit seien die Jahre 1920 und 1935 hervorgehoben, von denen jenes das erste Jahr im Zwischenkriegszeitraum darstellt und das zweite durch den tiefsten Wert des Konzentrationsindex gekennzeichnet ist. Da uns aber für die Jahre 1890, 1913 und 1920 nur die wenig ausführliche Klassenaufteilung, der die Klassengrenzen 4 000 Franken, 8 000 Franken und 12 000 Franken zukommen, bekannt ist, berechnen wir die Durchschnittseinkommen für die Grenzeinkommen 4 000 Franken, 8 000 Franken und 12 000 Franken. Diese sind der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen.

Jahr	Durchschnittseinkommen (in Franken)					
	bis	über	bis	über	bis	über
	4000 Fr.		8000 Fr.		12000 Fr.	
1890	2180	22100	2760	39200	3800	51500
1913	1960	15300	2360	29900	2570	41500
1920	2520	37700	3460	21700	3810	35300
1935	2660	8400	3770	17300	4150	26300

Dieser Übersicht entnehmen wir, daß das Grenzeinkommen 4 000 Franken für unsere Zwecke wenig geeignet ist, denn die Durchschnittseinkommen über 4 000 Franken zeigen eine von den entsprechenden Einkommen über 8 000 Franken bzw. über 12 000 Franken abweichende Bewegung. Es stellt sich uns also die Frage, ob das Grenzeinkommen mit 8 000 Franken oder mit 12 000 Franken angenommen werden soll. Um dies zu entscheiden, bilden wir aus diesen Durchschnittseinkommen Indexzahlen, die in der nach-

folgenden Übersicht zusammengestellt sind, indem wir als Basiszeitpunkt das Jahr 1890 wählen.

Jahr	Indexzahlen der Durchschnittseinkommen			
	bis 8000 Fr.	über	bis 12000 Fr.	über
1890	100	100	100	100
1913	86	76	87	80
1920	125	55	100	68
1935	137	44	109	51

Die zeitliche Bewegung in den Durchschnittseinkommen kommt, so ist dieser Zusammenstellung zu entnehmen, für das Grenzeinkommen 8 000 Franken besonders deutlich zutage, denn für diese Gruppe erhöht sich das Durchschnittseinkommen bis 8 000 Franken um 37 Prozent über dem Basiswert gegenüber nur 9 Prozent für die Durchschnittseinkommen bis 12 000 Franken und andererseits verringert sich das Durchschnittseinkommen über 8 000 Franken indexmäßig auf die Zahl 44 gegenüber 51 bei den Durchschnittseinkommen über 12 000 Franken.

Es zeigt sich also, daß die Veränderungen der durchschnittlichen Einkommen in diesen beiden Gruppen dann besonders deutlich hervortreten, wenn für die Höhe des beide Gruppen trennenden Einkommens der Wert 8 000 Franken festgesetzt wird. Der ersten Gruppe, welche die Einkommen bis 8 000 Franken umfaßt, und die wir im folgenden als „Gruppe I“ bezeichnen wollen, steht die zweite Gruppe gegenüber, der wir in entsprechender Weise die Bezeichnung „Gruppe II“ beilegen, und welche die Einkommen über 8 000 Franken in sich vereinigt. Um die Bewegungstendenz der durchschnittlichen Einkommen in diesen beiden Gruppen während des Beobachtungszeitraumes (1888—1942) deutlicher hervortreten zu lassen, wählen wir aus dieser Zeitspanne insgesamt zehn Jahre aus, nämlich die Jahre 1888, 1890, 1900, 1910, 1913, 1920, 1928, 1930, 1935 und 1940. Die Werte des durchschnittlichen Einkommens können der folgenden Übersicht entnommen werden. Um die Bewegung besser hervorzuheben, wurden die Einkommenswerte für das Jahr 1890 — auf dieses Jahr fällt bekanntlich der absolute Maximalwert des Konzentrationsindex (Tabelle 16) — gleich 100 gesetzt. Für jede der beiden Gruppen wurden die Durchschnittseinkommen auf den entsprechenden Basiswert im Jahre 1890 bezogen. Die Rechnung ergibt folgende Werte:

Jahr	Durchschnittseinkommen			
	Gruppe I		Gruppe II	
1888	2 730 Fr.	99	35 200 Fr.	90
1890	2 760 „	100	39 200 „	100
1900	2 730 „	99	31 700 „	81
1910	2 480 „	90	29 800 „	76
1913	2 360 „	86	29 900 „	76
1920	3 460 „	125	21 700 „	55
1928	3 840 „	139	24 500 „	63
1930	3 940 „	143	21 400 „	55
1935	3 770 „	137	17 300 „	44
1940	3 900 „	141	18 800 „	48

Der Vergleich dieser durchschnittlichen Einkommen führt uns zu einem wichtigen Ergebnis: Die Durchschnittseinkommen der Gruppe I verringern sich während des Vorkriegszeitraumes, während des Zwischenkriegszeitraumes aber nehmen sie zu. Die Durchschnittseinkommen der Gruppe II aber nehmen während des ganzen Beobachtungszeitraumes ab. Die Abnahme der Einkommen in der Gruppe II ist für die Zeit von 1888 bis 1913 ausgeprägter als die der Einkommen in der Gruppe I. Dies bedeutet aber eine Verminderung der Einkommenskonzentration (Tabelle 16 und Abb. 2a). Infolge der konstanten Verringerung der durchschnittlichen Einkommen in der Gruppe II während des ganzen Beobachtungszeitraumes — vom Jahre 1890 bis zum Jahre 1913 beträgt die Abnahme rund 24 %, vom Jahre 1920 bis zum Jahre 1935 (Minimalwert des Durchschnittseinkommens) verringert sich das Durchschnittseinkommen um rund 20 % —, und infolge der erst fallenden und dann steigenden Bewegung der Einkommen in der Gruppe I ist zu erwarten, daß die Konzentrationsabnahme ausgeprägter wird. Der Streckenzug in Abb. 2 legt es aber nahe, umgekehrt auf eine Abschwächung der Konzentrationsabnahme zu schließen (gegen die Abszissenachse hin konvexe Trendkurve zweiten Grades). Demgegenüber vermittelt der Streckenzug in Abb. 2a den — wie uns scheint — richtigen Verlauf der Einkommenskonzentration, der sich in den gegen die Abszissenachse hin konkaven Trendkurven äußert.

9.

Es geht aus unseren Ausführungen hervor, daß die hohen und höchsten Einkommen veränderungsempfindlicher sind als die niedrigen und mittleren Einkommen. Weiter fanden wir bestätigt,

daß die Parallelbewegung zwischen diesen hohen und höchsten Einkommen und der Einkommenskonzentration besonders ausgeprägt ist. Die Annahme, daß die Veränderungen der Einkommenskonzentration hauptsächlich auf die ausgeprägten Veränderungen der hohen und höchsten Einkommen zurückgeführt werden können, ist deshalb nicht von der Hand zu weisen. Diese Einkommensgruppe wird nun bekanntlich zu einem erheblichen Teil von Einkommen aus Kapitalbesitz gebildet. Die Bewegung dieser hohen und höchsten Einkommen dürfte deshalb von den Veränderungen des Aktienindex beeinflusst sein, denn wenn dieser zunimmt, bedeutet dies eine Erhöhung des Einkommens aus Aktienbesitz; umgekehrt bedeutet eine Abnahme des Aktienindex eine Verringerung des Einkommens aus Aktienbesitz. Nicht nur eine Erhöhung der Aktiendividende wird sich in mehr oder minder großem Ausmaße auf die Höhe des Einkommens der Aktieninhaber auswirken, sondern auch der Tantiemengenuß, sowie der Gewinn aus Aktienverkauf beeinflusst das Einkommen der Aktieninhaber, d. h. die hohen und höchsten Einkommen und dadurch den Konzentrationsindex. Weil nun die hohen und höchsten Einkommen die Einkommenskonzentration in besonders hohem Maße zu beeinflussen scheinen, ist es naheliegend, zu folgern, daß zwischen dem Aktienindex und dem Konzentrationsindex eine Gleichbewegung bestehen müßte. Es ist nun unsere Aufgabe, diese Behauptung auf ihre Richtigkeit hin zu prüfen.

Tabelle 17. Aktienindex und Konzentrationsindex 1916—1941.

Jahr	Aktien- index*)	Konzentrations- index	Jahr	Aktien- index*)	Konzentrations- index
1916	159	3,40	1930	158	2,67
1917	160	4,08	1931	100	2,43
1918	150	4,08	1932	104	2,39
1919	107	3,13	1933	121	2,27
1920	76	2,68	1934	112	2,31
1921	70	2,38	1935	96	2,26
1922	88	2,43	1936	160	2,41
1923	99	2,66	1937	178	2,42
1924	128	2,58	1938	192	2,39
1925	139	2,66	1939	153	2,33
1926	163	2,76	1940	143	2,47
1927	198	2,87	1941	178	2,41
1928	210	2,93			
1929	182	2,65			

*) Auf ganze Zahlen auf- oder abgerundet.

Wir beschränken uns auf die zweite und dritte Jahresgruppe (1916—1941)²⁹⁾. Die Werte sowohl des Aktienindex als auch des Konzentrationsindex (nach Tabelle 16, d.h. nach der alten Klassenaufteilung) sind in Tabelle 17 zusammengestellt. Die Reihe der Aktienindizes wurde auch in Abb. 2 als Streckenzug eingetragen. Dieser Abbildung zufolge besteht für die Jahre 1918 bis 1923 eine sehr ausgeprägte Gleichbewegung mit dem Konzentrationsindex. Weiter fällt uns auf, daß der Gipfelpunkt des Streckenzuges für den Aktienindex mit dem Maximalwert des Konzentrationsindex im Jahre 1928 zusammenfällt. Vom Jahre 1923 bis zum Jahre 1931 scheint die Parallelbewegung also besonders deutlich zu sein. Diese Gleichbewegung setzt sich während der Jahre nach 1931 weiter fort, doch sie erscheint — nach Abb. 2 — weniger auffallend. Diese Feststellungen drängen uns dazu, das Ausmaß der Gleichbewegung zahlenmäßig festzulegen, d.h. die Korrelation zu bestimmen. Für die durch die Jahre 1916 und 1941 abgegrenzte Zeitspanne nimmt der Korrelationskoeffizient folgenden Wert an:

$$r = + 0,242^{30)}.$$

Das Vorzeichen dieser Maßzahl deutet — wie zu erwarten war — auf eine Gleichbewegung hin, welche aber, wie dieser Zahlenwert zeigt, nicht besonders ausgeprägt ist. Diese beiden Streckenzüge — des Aktienindex und des Konzentrationsindex — in Abb. 2 scheinen nun vom Jahre 1916 bis zum Jahre 1931 eine deutlichere Parallelbewegung zu zeigen als für die Zeitspanne von 1931 bis 1941. Wir bestimmen deshalb auch für diese Zeitabschnitte das Ausmaß der stochastischen Verbundenheit. Die Werte des Korrelationskoeffizienten sind:

$$1916—1931: r = + 0,373,$$

$$1931—1941: r = + 0,431.$$

²⁹⁾ Für die Zeit vor 1916 sind uns keine verwertbaren Berechnungen des Aktienindex bekannt. Die uns zur Verfügung stehenden Zahlenwerte für die Aktienindex sind — was die Zeit bis 1923 betrifft — den „Monatsberichten des Schweizerischen Bankvereins“ [10] entnommen. Für die späteren Jahre standen uns als Quelle die „Monatsberichte der Schweizerischen Nationalbank“ [11] zur Verfügung.

³⁰⁾ Der Kograduationskoeffizient ist gleich $+ 0,210$.

Dieses Ergebnis überrascht, denn die Werte des Korrelationskoeffizienten deuten auf eine zunehmende Gleichbewegung beim Übergang von der ersten zur zweiten Zeitspanne hin. Dieses Resultat widerspricht aber unserer Vermutung, daß die Gleichbewegung lockerer wird. Es wird deshalb notwendig, zu prüfen, ob uns die Abb. 2 getäuscht hat oder ob in dem Falle, daß die Streckenzüge in Abb. 2 uns nicht getäuscht haben, die Werte des Korrelationskoeffizienten irreführend sind. Wir bestimmen deshalb für dieselben Zeitspannen den Kograduationskoeffizienten, durch welchen das Ausmaß der Konkordanz zwischen den beiden Zeitreihen des Aktienindex und des Konzentrationsindex wiedergegeben wird. Die Werte dieser Maßzahl sind folgende:

$$1916-1931: J = + 0,469,$$

$$1931-1941: J = + 0,320.$$

Dieser Parameter zeigt also — mit dem Verlauf der Streckenzüge in Abb. 2 übereinstimmend und entgegen dem auf den Korrelationskoeffizienten sich gründenden Ergebnisse —, daß die Gleichbewegung zwischen dem Aktienindex und dem Konzentrationsindex für den zweiten Zeitabschnitt kleiner ist als für den ersten. Dies entspricht dem Verlauf der beiden Streckenzüge in Abb. 2, weshalb anzunehmen ist, daß der Kograduationskoeffizient für unser Beispiel geeigneter sein dürfte, das Ausmaß der stochastischen Verbundenheit zu messen als der Korrelationskoeffizient.

Der die Konkordanz kennzeichnende statistische Parameter stellt zahlenmäßig fest, daß, wenn auch die Gleichbewegung zwischen dem Aktienindex und dem Konzentrationsindex für die Jahre 1916 bis 1941 wenig ausgeprägt ist, diese jedoch deutlicher hervortritt, wenn wir diesen Zeitraum in zwei Zeitabschnitte trennen, den einen vom Jahre 1916 bis zum Jahre 1931, den anderen vom Jahre 1931 bis zum Jahre 1941. Die positiven Werte sowohl des Korrelationskoeffizienten als auch des Kograduationskoeffizienten sind — wie uns scheint — geeignet, unsere Annahme zu stützen, daß die veränderungsempfindlicheren hohen und höchsten Einkommen in besonderem Maße auf die Höhe der Einkommenskonzentration einzuwirken vermögen³¹⁾.

³¹⁾ Über die Veränderungsempfindlichkeit dieser Einkommen äußert sich z. B. *Jenny* wie folgt: „Die hohen Einkommen steigen und fallen mit

Aus der Abhängigkeit des Einkommenskonzentrationsverlaufs von den hohen und höchsten Einkommen und aus dem angeführten Satz von *Jenny*, der mit unseren Ergebnissen übereinstimmt, folgt nun, daß sich unter sonst gleichbleibenden Umständen die Einkommenskonzentration mit den wirtschaftlichen Wechsellagen gleichläufig verändern sollte.

10

Nachdem sich ein Zusammenhang zwischen dem Aktienindex und der Einkommenskonzentration bestätigt hat, fragen wir uns, in welcher Weise Veränderungen der industriellen Tätigkeit in Basel auf die Gestaltung der Einkommensverteilung einzuwirken vermögen. Diese Frage beantwortend, stellen wir die Einkommenskonzentration den für Basel typischen wirtschaftlichen Tätigkeiten gegenüber. Als solche kennzeichnenden Wirtschaftstätigkeiten sind die Herstellung von *Seidenband*, von *Schappe*, von *Teerfarben* (einschließlich *Indigo*), sowie *pharmazeutischer Produkte* zu nennen. Es wird nun die Einkommenskonzentration mit der Entwicklung dieser vier für Basel charakteristischen Industrien zu vergleichen sein. Diese Entwicklung wird — wie uns scheint — durch die wertmäßige Ausfuhr der Produkte dieser Industrien in groben Zügen gekennzeichnet. Wir nehmen uns also vor, die Bewegung der Einkommenskonzentration der Entwicklung der wertmäßigen Ausfuhr in den vier Hauptindustrien Basels vergleichend gegenüberzustellen.

Es dürfte nun zweckmäßiger sein, von der Aufteilung des gesamten, rund 50 Jahre umfassenden Beobachtungszeitraumes in drei Jahresgruppen abzuweichen und statt dessen die Jahre mit Gipfel- und Tiefpunkten der Einkommenskonzentration als Vergleichsjahre herauszuheben. Die Werte des Konzentrationsindex in diesen Jahren sind dann mit den entsprechenden Ausfuhrwerten der drei Hauptindustrien Basels zu vergleichen. Bevor wir aber diesen Vergleich anstellen können, müssen wir dem gesamten Be-

den wirtschaftlichen Konjunkturen“ [8], S. 26. Eine davon verschiedene Ansicht scheint aus dem auf S. 73/74 zitierten Satz *Mangolds* hervorzugehen.

obachtungszeitraum die Vergleichsjahre entnehmen. Es wird nun keine Schwierigkeiten bereiten, die Vergleichsjahre auf Grund des Streckenzuges in Abb. 2 c auszuwählen. Wir entscheiden uns für die Jahre 1890, 1894 ³²⁾, 1897, 1902, 1907, 1908, 1912, 1921, 1928, 1933 und — als letztes Vorkriegsjahr — für das Jahr 1938 ³³⁾. Für diese elf Jahre wollen wir die Bewegung der Ausfuhrwerte mit jener der Einkommenskonzentration vergleichen. In Tabelle 18 finden wir in den Spalten 1 bis 4 die den vier Hauptindustrien Basels entsprechenden Ausfuhrwerte in Millionen Franken [7]. In Spalte 5 sind die Werte des Konzentrationsindex eingetragen (aus Tabelle 16, Spalte 6). Diese Tabelle zeigt uns, daß den Zunahmen der Ausfuhrwerte Erhöhungen der Einkommenskonzentration entsprechen, und daß die Verringerungen der Ausfuhrwerte mit Verminderungen der Einkommenskonzentration zusammenfallen. Diese Gleichbewegung zwischen der wertmäßigen Ausfuhr und der Einkommenskonzentration tritt jedoch in Tabelle 18 nicht genügend hervor. Um diese Parallelbewegung besser hervorzuheben, bestimmen wir die prozentualen Zu- und Abnahmen der wertmäßigen

*Tabelle 18. Ausfuhrwerte der vier Hauptindustrien Basels
verglichen mit der Einkommenskonzentration.*

Jahr	Wertmäßige Ausfuhr (Mio. Fr.)				δ
	Seiden- band	Schappe	Teerfarben, Indigo	Pharm. Produkte*)	
1890	34,0	33,1	8,9	—	5,40
1894	32,0	22,3	13,1	—	3,91
1897	34,4	23,2	16,5	—	4,83
1902	33,4	25,8	16,0	—	3,67
1907	45,7	27,2	21,9	—	4,01
1908	36,2	21,4	19,7	—	3,70
1912	41,5	27,7	25,8	—	3,97
1921	59,9	29,0	67,2	—	2,38
1928	19,8	46,3	78,4	22,5	2,93
1933	5,9	4,3	63,8	21,4	2,27
1938	5,8	7,0	83,0	41,9	2,39

*) Positionen 974 b und 981 der schweizerischen Handelsstatistik.

³²⁾ Dem Jahre 1894 fällt — verglichen mit dem Jahre 1892 — der kleinere Wert des Konzentrationsindex zu (Tabelle 16). Es rechtfertigt sich deshalb, wenn von den beiden Jahren 1892 und 1894 das Jahr 1894 als Vergleichsjahr ausgewählt worden ist.

³³⁾ Die Mehrzahl dieser Jahre ist bekanntlich durch Wendepunkte der wirtschaftlichen Konjunktorentwicklung gekennzeichnet (vergl. [15]).

Ausfuhr, wobei wir bei jedem Jahrespaar (1890/1894, 1894/1897 usw.) jeweils den Ausfuhrwert des ersten Jahres (also 1890, 1894 usw.) gleich 100 setzen³⁴⁾. Diese prozentualen Veränderungen der Ausfuhrwerte vergleichen wir mit den entsprechenden Veränderungen der Einkommenskonzentration. Hier erweist sich die Nützlichkeit der auf S. 96 mitgeteilten Formel zur Bestimmung der Konzentrationsveränderungen. Wir stellen diese Veränderungskoeffizienten V_k den Veränderungen der wertmäßigen Ausfuhr in den vier Hauptindustrien Basels gegenüber. Dies führt uns zu Tabelle 18 a. Die Veränderungen sowohl der Ausfuhrwerte als auch der Einkommenskonzentration sind nunmehr deutlich gekennzeichnet. Wir stellen fest, daß — der Tabelle 18 a zufolge — die Gleichbewegung zwischen der wertmäßigen Ausfuhr und der Einkommenskonzentration in der Mehrzahl der Jahre zutage tritt. Sehr ausgeprägt erscheint sie im Vorkriegszeitraum für die wertmäßige Ausfuhr von Seidenbändern. Weiter ergibt sich aus Tabelle 18 a, daß diese Gleichbewegung für die Gruppen „Schappe“

Tabelle 18 a. Veränderungen der Ausfuhrwerte für die vier Hauptindustrien Basels, sowie des Konzentrationsindex.

Jahr	Prozentuale Veränderungen *)				
	Seidenband	Schappe	der wertmäßigen Ausfuhr Teerfarben, Indigo	Pharm. Produkte **)	der Einkommenskonzentration
1890/94	— 6	— 32	+ 47	—	— 10
1894/97	+ 8	+ 4	+ 26	—	+ 6
1897/02	— 3	+ 11	— 3	—	— 9
1902/07	+37	+ 5	+ 37	—	+ 3
1907/08	—21	— 21	— 10	—	— 3
1908/12	+15	+ 29	+ 31	—	+ 3
1921/28	—67	+ 60	+ 17	—	+ 12
1928/33	—70	— 91	— 19	— 5	— 15
1933/38	— 2	+ 64	+ 30	+96	+ 3

*) Auf ganze Zahlen auf- oder abgerundet.

**) Positionen 974 b und 981 der schweizerischen Handelsstatistik.

³⁴⁾ Für das den Vorkriegs- mit dem Zwischenkriegszeitraum verbindende Jahrespaar 1912/1921 wurde die prozentuale Veränderung der wertmäßigen Ausfuhr nicht berechnet, denn jene Jahre umschließen die Zeitspanne, in welche der erste Weltkrieg fällt. Es ist nun für unsere Zwecke unwichtig zu wissen, welchen Einfluß der erste Weltkrieg auf die Veränderungen der wertmäßigen Ausfuhr und auf die Einkommenskonzentration ausgeübt hat.

und „Teerfarben, Indigo“ in den Jahre 1897/1902 (Schappe) und 1890/1894 (Teerfarben, Indigo) unterbrochen ist. Während des Zwischenkriegszeitraumes aber besteht für diese beiden Gruppen eine deutliche Gleichläufigkeit zwischen den Ausfuhrwerten und der Einkommenskonzentration. Bei der Gruppe „Seidenband“ ist jedoch für diese Zeitspanne die Gleichbewegung nicht mehr festzustellen. Während die Ausfuhrwerte in den beiden Gruppen „Seidenband“ und „Schappe“ stark abgenommen haben (Tabelle 18), finden wir für die Gruppen „Teerfarben, Indigo“ und „pharmazeutische Produkte“ eine sehr ausgeprägte Zunahme der wertmäßigen Ausfuhr. Die Bedeutung dieser Gruppen nimmt also — verglichen mit den übrigen beiden Gruppen — zu. Wenn im Vorkriegszeitraum die beiden Gruppen „Seidenband“ und „Schappe“ den Hauptanteil an der wertmäßigen Ausfuhr bildeten, sind es im Zwischenkriegszeitraum die Gruppen der Teerfarben (einschließlich des Indigo) und der pharmazeutischen Produkte, die ausfuhrwertmäßig überwiegen. Vergleichen wir die Ausfuhrwerte nur jener Industrien, deren Anteil am Export besonders hoch ist — also der Seidenbandindustrie für den Vorkriegszeitraum und der Teerfarben- und pharmazeutischen Industrie für den Zwischenkriegszeitraum — mit der Einkommenskonzentration, so zeigt es sich, daß mit steigenden Ausfuhrwerten auch die Einkommenskonzentration zunimmt, und daß sich umgekehrt mit fallenden Ausfuhrwerten die Einkommenskonzentration vermindert.

Damit hat sich nicht nur die statistisch-methodologische Bedeutung des Konzentrationsindex erwiesen; es hat sich auch gezeigt, daß dieser statistische Parameter geeignet ist, wirtschaftliche Zusammenhänge treffend zu kennzeichnen.

Anhang 1

Theoretische und empirische Zensitenzahlen bei steigenden und fallenden Klassenkonzentrationsindizes

Die im Text angeführten beiden Beispiele (Einkommensverteilung im Kanton Nidwalden, Gewerbebetriebsverteilung in der Schweiz) scheinen auf eine bestimmte Abhängigkeit zwischen den Werten der Klassenkonzentrationsindizes und den einzelnen Zensitenhäufigkeiten bzw. der Anzahl der Beschäftigten hinzuweisen. Bekanntlich ergab sich, daß bei steigenden Klassenkonzentrationsindizes, d. h. $\delta_i < \delta_{i+1}$ ($i = 1, 2, 3$ usw.), die empirischen Zensitenhäufigkeiten (im folgenden betrachten wir nur noch die Einkommensverteilung; die Ergebnisse lassen sich aber auch auf die Gewerbebetriebsverteilung übertragen) N_e in den hohen und höchsten Einkommensklassen kleiner sind als die entsprechenden theoretischen Zensitenzahlen N_{th} , bzw. daß umgekehrt bei fallenden Klassenkonzentrationsindizes, d. h. $\delta_i > \delta_{i+1}$, die empirischen Zensitenhäufigkeiten in den hohen und höchsten Einkommensklassen größer sind als die entsprechenden theoretischen Häufigkeiten. Die theoretischen Pflichtigenzahlen ergaben sich dabei bekanntlich dadurch, daß an Stelle der wirklichen Klassenkonzentrationsindizes deren arithmetisches Mittel δ_m gesetzt wurde. Die beiden Fälle können nun mittels der kürzeren, mathematischen Ausdrucksweise folgendermaßen geschrieben werden:

1. Fall: Steigende Klassenkonzentrationsindizes

$$\delta_i < \delta_{i+1};$$

dann ist für die hohen und höchsten Einkommensklassen

$$N_{th} > N_e.$$

2. Fall: Fallende Klassenkonzentrationsindizes

$$\delta_i > \delta_{i+1};$$

dann ist für die hohen und höchsten Einkommensklassen

$$N_{th} < N_e.$$

Aus der bekannten Definition eines Mittelwertes, wonach dieser zwischen den Extremalwerten der ihn bildenden Zahlenwerte (in unserem Falle der Klassenkonzentrationsindizes) liegen muß, folgt unmittelbar, daß für die hohen und höchsten Einkommensklassen der durchschnittliche Klassenkonzentrationsindex bei steigenden Klassenkonzentrationsindizes kleiner sein wird als die entsprechenden empirischen Maßzahlen; das Umgekehrte gilt bei fallenden Klassenkonzentrationsindizes. Es ist also

für den 1. Fall: $\delta_m < \delta_j$ und $N_{th} > N_e$,

für den 2. Fall: $\delta_m > \delta_j$ und $N_{th} < N_e$

(j bezeichnet die Ordnungszahl jener Klassenkonzentrationsindizes, die den Einkommensklassen hoher und höchster Ordnung entsprechen).

Unsere Feststellung kann nunmehr folgendermaßen in Worte gekleidet werden: Ist der durchschnittliche Klassenkonzentrationsindex δ_m kleiner als die empirischen Klassenkonzentrationsindizes der hohen und höchsten Einkommensklassen δ_j , dann sind die theoretischen Zensitenhäufigkeiten größer als die entsprechenden empirischen Pflichtigenzahlen; andererseits sind die theoretischen Zensitenhäufigkeiten kleiner als die entsprechenden empirischen Werte, wenn der durchschnittliche Klassenkonzentrationsindex größer ist als die empirischen Maßzahlen bei den hohen und höchsten Einkommensklassen. Diesen Satz gilt es nun allgemein zu beweisen.

Der Einfachheit halber unterstellen wir unserem Beweis eine Einkommensverteilung mit lediglich drei Einkommensklassen; selbstverständlich kann dieser Beweis auch auf Verteilungen mit mehr als drei Klassen durchgeführt werden.

Die Gesamtzahl der Zensiten mit Einkommen über x wollen wir mit N_x und das ihnen zufließende Einkommen mit E_x bezeichnen. Die Summe aller Zensiten sei durch den Buchstaben N und die Einkommenssumme durch E gekennzeichnet. Die Definitionsgleichung für den Konzentrationsindex lautet demnach

$$\left(\frac{E_x}{E}\right)^{\delta_x} = \frac{N_x}{N};$$

daraus läßt sich N_x bestimmen zu

$$N_x = N \left(\frac{E_x}{E}\right)^{\delta_x}.$$

Die Zahl der Zensiten mit Einkommen zwischen i und $i + 1$ ermittelt sich zu

$$N_i - N_{i+1} = N \left(\frac{E_i}{E}\right)^{\delta_i} - N \left(\frac{E_{i+1}}{E}\right)^{\delta_{i+1}}.$$

Die drei Klassen unserer Einkommensverteilung seien durch die folgenden Klassengrenzen gekennzeichnet: Die erste durch die Einkommenswerte 0 und x_1 , die zweite durch x_1 und x_2 , und die dritte durch x_2 und ∞ . Die einzelnen Zensitenhäufigkeiten in diesen Einkommensklassen lauten also:

Einkommensklassen Zensitenhäufigkeiten

$0 \rightarrow x_1$	$N_0 = N - N \left(\frac{E_1}{E} \right)^{\delta_1}$
$x_1 \rightarrow x_2$	$N_1 = \quad + N \left(\frac{E_1}{E} \right)^{\delta_1} - N \left(\frac{E_2}{E} \right)^{\delta_2}$
$x_2 \rightarrow \infty$	$N_2 = \quad \quad \quad + N \left(\frac{E_2}{E} \right)^{\delta_2}$
insgesamt	N

Bei der theoretischen Einkommensverteilung sind die einzelnen Klassenkonzentrationsindizes als das arithmetische Mittel aus den einzelnen empirischen Klassenkonzentrationsindizes einander gleich. In unserem Falle ist also

$$\delta_m = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}.$$

Nun ist zu untersuchen, ob die empirische Zensitenzahl für die höchste Einkommensklasse größer oder kleiner ist als die entsprechende theoretische Zahl.

1. Fall: $\delta_1 < \delta_2$ (steigende Klassenkonzentrationsindizes).

Es ist dann definitionsgemäß

$$\delta_m < \delta_2,$$

woraus

$$N \left(\frac{E_2}{E} \right)^{\delta_m} > N \left(\frac{E_2}{E} \right)^{\delta_2},$$

d. h.

$$\underline{N_{th} > N_e}$$

folgt, denn es ist

$$0 < \frac{E_2}{E} < 1 \quad \text{und} \quad \delta > 1.$$

Dies besagt aber, daß die empirische Zensitenzahl kleiner ist als die entsprechende theoretische.

2. Fall: $\delta_1 > \delta_2$ (fallende Klassenkonzentrationsindizes).

Definitionsgemäß ist

$$\delta_m > \delta_2,$$

woraus

$$N \left(\frac{E_2}{E} \right)^{\delta_m} < N \left(\frac{E_2}{E} \right)^{\delta_2},$$

d. h.

$$\underline{N_{th} < N_e} \quad (0 < \frac{E_2}{E} < 1; \delta > 1)$$

folgt. Die empirische Zensitenhäufigkeit ist also in diesem Falle größer als die entsprechende theoretische Pflichtigenzahl. Dadurch ist unsere Feststellung allgemein bewiesen.

Anhang 2

Berechnung der Konkordanz zwischen den Konzentrationsindizes und der Einkommenssumme (alte Klasseneinteilung) auf Grund des Kograduationskoeffizienten

Es sei die Konkordanz zwischen den folgenden beiden Zeitreihen zu bestimmen:

Tabelle a.

Jahr	δ	E. S. *) (Mio. Fr.)	Jahr	δ	E. S. *) (Mio. Fr.)
1925	2,66	327	1934	2,31	324
1926	2,76	349	1935	2,26	309
1927	2,87	374	1936	2,41	323
1928	2,93	392	1937	2,42	332
1929	2,65	380	1938	2,39	338
1930	2,67	364	1939	2,33	318
1931	2,43	343	1940	2,47	323
1932	2,39	330	1941	2,41	359
1933	2,27	320			

*) E.S. bedeutet Einkommenssumme.

Zuerst ermitteln wir die Rangordnung der Zahlen einer jeden dieser beiden Zeitreihen, und zwar werden die Konzentrationsindizes größenmäßig steigend und fallend angeordnet, die Einkommenssumme aber nur größenmäßig steigend. Dadurch erhalten wir die folgenden größenmäßig geordneten Reihen:

Tabelle b.

Rang- ordnung	Konzentrationsindex		Einkommenssumme
	steigend	fallend	(Mio. Fr.) steigend
1	2,26	2,93	309
2	2,27	2,87	318
3	2,31	2,76	320
4	2,33	2,67	323
5	2,39	2,66	323
6	2,39	2,65	324
7	2,41	2,47	327
8	2,41	2,43	330
9	2,42	2,42	332
10	2,43	2,41	338
11	2,47	2,41	343
12	2,65	2,39	349
13	2,66	2,39	359
14	2,67	2,33	364
15	2,76	2,31	374
16	2,87	2,27	380
17	2,93	2,26	392

Nun setzen wir für die Werte der Konzentrationsindizes einerseits die ihnen entsprechenden steigenden, andererseits die ihnen entsprechenden fallenden Rangordnungszahlen ein; die Werte der Einkommenssumme ersetzen wir durch die ihnen entsprechenden steigenden Rangordnungszahlen. Dies führt uns zu der folgenden Tabelle c.

Tabelle c.

Jahr	Rangordnungszahlen		Einkommenssumme steigend
	Konzentrationsindex steigend	fallend	
1925	13	5	7
1926	15	3	12
1927	16	2	15
1928	17	1	17
1929	12	6	16
1930	14	4	14
1931	10	8	11
1932	5	13	8
1933	2	16	3
1934	3	15	6
1935	1	17	1
1936	7	11	4
1937	9	9	9
1938	6	12	10
1939	4	14	2
1940	11	7	5
1941	8	10	13

Dem Konzentrationsindex 2,66 (1925) entspricht also — nach Tabelle b — die steigende Rangordnungszahl 13 und folglich die fallende Rangordnungszahl 5, d. h. $(17 + 1) - 13$; der Einkommenssumme 327 (1925) fällt die Rangordnungszahl 7 zu (Tabelle b) usw. Nun bestimmen wir die absoluten Werte der Differenzen zwischen den Rangordnungszahlen für die steigenden Werte des Konzentrationsindex und den entsprechenden Rangordnungszahlen für die fallenden Werte des Konzentrationsindex; weiter bestimmen wir die absoluten Differenzwerte zwischen den Rangordnungszahlen für die steigenden Werte des Konzentrationsindex und den entsprechenden Rangordnungszahlen für die steigenden Werte der Einkommenssumme (Tabelle c). Die Rechnung ergibt die folgenden Werte:

Tabelle d.

Jahr	$\delta_{st} - \delta_f$	$\delta_{st} - E.S._{st}$
	I	II
1925	8	5
1926	12	3
1927	14	1
1928	16	0
1929	6	4

Jahr	$\delta_{st} - \delta_f$	$\delta_{st} - E. S_{st}$
	I	II
1930	10	0
1931	2	1
1932	8	3
1933	14	1
1934	12	3
1935	16	0
1936	4	3
1937	0	0
1938	6	4
1939	10	2
1940	4	6
1941	2	5
Summe:	144	41

Nun bilden wir die Summen dieser absoluten Differenzen. Es ergeben sich — nach Tabelle d — die beiden Werte 144 und 41. Die Differenz aus diesen beiden Zahlen, d. h. die Zahl 103, dividieren wir durch die Anzahl der möglichen Rangordnungsvergleiche, d. h. durch die Zahl

$$\frac{17 \cdot 17}{2}$$

Dieser Quotient, der dem Vorzeichen der Differenz aus den beiden Summenzahlen entsprechend positiv oder negativ sein wird, stellt nun den die Konkordanz kennzeichnenden statistischen Parameter dar. Für unser Beispiel ergibt sich der Wert:

$$J = + \frac{103}{17 \cdot 17} 2 = + 0,713$$

Anhang 3

Das Konzentrationsverhältnis

Der Konzentrationsindex hat sich — als statistischer Parameter zur Kennzeichnung der Konzentration — als besonders geeignet erwiesen, das Ausmaß der Einkommenskonzentration zahlenmäßig festzulegen. Während die Repräsentativität der Konzentrationsindizes bei den Einkommensverteilungen besonders hoch ist — wie wir gesehen haben, liegt dies darin begründet, daß das *Paretosche* Gesetz in befriedigender Weise erfüllt ist —, gibt es andererseits Verteilungen, bei welchen der Konzentrationsindex weniger geeignet erscheint, als ein die Konzentration kennzeichnendes Maß zu gelten; Beispiele solcher Verteilungen finden wir im ersten Kapitel. In solchen

Fällen empfiehlt es sich, die Konzentration mittels eines anderen statistischen Parameters, nämlich mittels des Konzentrationsverhältnisses zahlenmäßig festzulegen. Im folgenden wollen wir nun kurz andeuten, was unter dem Begriff des Konzentrationsverhältnisses zu verstehen ist.

Statt einer abstrakten mathematischen Ableitung dieser im Jahre 1914 durch den italienischen Statistiker *Corrado Gini* in die Methodologie eingeführten Maßzahl¹⁾ scheint es uns zweckmäßiger, den Rechnungsgang zur Bestimmung des Konzentrationsverhältnisses an Hand eines Zahlenbeispiels zu veranschaulichen. Gleichzeitig wird sich die Gelegenheit ergeben, die Aufmerksamkeit auf die Unterschiede zwischen dem Konzentrationsindex und dem Konzentrationsverhältnis zu lenken. Als Beispiel wählen wir die Verteilung der Gewerbebetriebe in der Schweiz nach dem Merkmal der Anzahl der in je einem Gewerbebetriebe beschäftigten Personen für das Jahr 1939 (Tabelle 7 des Kapitels 1).

Zur Bestimmung des Konzentrationsindex haben wir die Summenreihen der Betriebe mit über 1 Person, mit über 2 Personen usw. gebildet (Tabelle 8 des Kapitels 1); zur Berechnung des Konzentrationsverhältnisses bestimmen wir aber die Summenreihen der Betriebe mit bis 1 Person, mit bis 2 Personen usw. Während die Berechnung des Konzentrationsindex auf fallenden Summenreihen beruht (Tabelle 8), gründet sich die Bestimmung des Konzentrationsverhältnisses auf steigenden Summenreihen (Tabelle a dieses Anhangs). Nunmehr berechnen wir — wie beim Konzen-

Tabelle a.

Betriebe mit	Anzahl der Betriebe	Anzahl der Beschäftigten
bis 1 Person	87 343	87 343
„ 3 Personen	184 926	317 854
„ 5 „	212 336	437 077
„ 10 „	228 646	557 349
„ 20 „	236 403	669 375
„ 50 „	241 447	826 155
„ 100 „	243 168	944 897
„ 200 „	243 937	1 050 714
insgesamt	244 429	1 285 419

trationsindex (Tabelle 9 des Kapitels 1) — die Verhältnisse aus einem jeden der Zahlenwerte in den Spalten 1 bzw. 2 der Tabelle a und der Gesamtzahl der Betriebe bzw. der Gesamtzahl der Beschäftigten. Dies führt uns zu Tabelle b.

Diese Verhältniszahlen sind in Tabelle b mit p_i bzw. q_i bezeichnet. Die Konzentration wird nun um so größer, je größer die Unterschiede zwischen den Werten p_i (Spalte 1) und den entsprechenden Werten q_i (Spalte 2)

¹⁾ *Gini, C.*: Sulla Misura della Concentrazione e della Variabilità dei Caratteri (Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Bd. LXXIII, 2. Teil 1913/1914, S. 1203—1248. Sowie — mit Ergänzungen — in: *Gini, C.*: Memorie di Metodologia Statistica, Bd. 1, Mailand 1939, S. 359—408).

Tabelle b.

Betriebe mit	p_i	q_i	$p_i - q_i$	R_i
bis 1 Person	0,35734	0,06795	0,28939	0,810
„ 3 Personen	0,75657	0,24728	0,50929	0,674
„ 5 „	0,86870	0,34002	0,52868	0,609
„ 10 „	0,93545	0,43360	0,50185	0,536
„ 20 „	0,96716	0,52075	0,44641	0,462
„ 50 „	0,98780	0,64271	0,34509	0,350
„ 100 „	0,99483	0,73510	0,25973	0,261
„ 200 „	0,99800	0,81741	0,18059	0,181
Summe	6,86585		3,06103	

sind. Bei der Berechnung des Konzentrationsindex wurde das Verhältnis aus den Logarithmen der Werte V_{Bt} und V_{Bs} ermittelt (Tabelle 9 des Kapitels 1). Zur Bestimmung des Konzentrationsverhältnisses bilden wir aber die Differenzen zwischen den Werten p_i und den entsprechenden Werten q_i (Spalte 3 der Tabelle b).

Das Konzentrationsverhältnis stellt nun den Quotienten aus den Werten in der Spalte 3 der Tabelle b und den entsprechenden Werten in der Spalte 1 dieser Tabelle dar. Bezeichnen wir das Klassenkonzentrationsverhältnis mit R_i , so ist also:

$$R_i = \frac{p_i - q_i}{p_i}$$

In der Spalte 4 der Tabelle b finden wir diese Verhältnisse R_i . Es leuchtet ein, daß die Werte R_i wenig geeignet sind, das Ausmaß der Konzentration eindeutig zu kennzeichnen. Wie beim Konzentrationsindex ergibt sich hier die Notwendigkeit, diese Klassenkonzentrationsverhältnisse R_i in einem Mittelwert zu vereinigen. Während beim Konzentrationsindex das arithmetische Mittel aus den einzelnen Klassenkonzentrationsindizes berechnet wird, bilden wir hier das mit den Werten p_i gewogene arithmetische Mittel aus den einzelnen Klassenkonzentrationsverhältnissen. Das Konzentrationsverhältnis der Verteilung ist deshalb gleich:

$$R = \frac{\sum p_i R_i}{\sum p_i}$$

Das Produkt $p_i R_i$ ist aber gleich der Differenz $p_i - q_i$, denn es ist

$$p_i R_i = \frac{p_i (p_i - q_i)}{p_i} = p_i - q_i$$

Das Konzentrationsverhältnis wird deshalb gleich

$$R = \frac{\sum (p_i - q_i)}{\sum p_i}$$

Zur Berechnung des Konzentrationsverhältnisses sind deshalb die Zahlen in der Spalte 3 der Tabelle b sowie jene der Spalte 1 dieser Tabelle zu addieren (Tabelle b). Das Konzentrationsverhältnis ist gleich dem Quotienten aus der Summe in der Spalte 3 der Tabelle b und der Summe in der Spalte 1 dieser Tabelle, d. h.

$$R = \frac{3,06103}{6,86585} = 0,446$$

Nachdem wir nun wissen, wie sich das Konzentrationsverhältnis berechnet, interessiert es uns zu erfahren,

1. welches die Extremalwerte dieses statistischen Parameters sind,
2. wie zwei Konzentrationsverhältnisse verschiedener Größe miteinander verglichen werden können,
3. ob eine Beziehung besteht zwischen dem Konzentrationsverhältnis und dem Konzentrationsindex.

Zur ersten dieser drei Fragen übergehend, überlegen wir uns, welche Werte die Verhältniszahlen p_i und q_i annehmen, wenn die Konzentration Null (Gleichverteilung) und wenn sie am größten ist. Bei Gleichverteilung werden offenbar die Werte q_i den entsprechenden Werten von p_i gleich. Dadurch aber werden die Differenzen $(p_i - q_i)$ zu Null und ebenso deren Summe. Dies bewirkt aber, daß das Konzentrationsverhältnis Null wird. Bei Gleichverteilung wird also das Konzentrationsverhältnis gleich Null. Wird nun aber die Konzentration am größten, so werden die einzelnen Werte von q_i sehr klein werden. Die Summe der Differenzen $(p_i - q_i)$ ist deshalb praktisch gleich der Summe der Werte p_i . Der Wert für R strebt dann gegen Eins. Das Konzentrationsverhältnis wird also praktisch gleich Eins, wenn die Konzentration am größten ist²⁾.

Was den Vergleich von zwei verschiedenen Konzentrationsverhältnissen betrifft, hat *Gini* eine Formel vorgeschlagen, die auf der Messung der Differenz dieser beiden statistischen Parameter beruht, und die für diesen Zweck geeignet ist³⁾. Diese Formel für die Differenz lautet⁴⁾:

$$D = \frac{R_2 - R_1}{\sqrt{R_1 (1 - R_1)}}$$

Wir wollen nun das der Verteilung aller Gewerbebetriebe in der Schweiz nach der Personenzahl entsprechende Konzentrationsverhältnis (Tabellen a und b dieses Anhangs) mit jenem vergleichen, das sich ergibt, wenn wir nur die industriellen und handwerklichen Betriebe berücksichtigen (Tabelle c).

²⁾ Beim Konzentrationsindex ergaben sich als Extremalwerte die Zahlen Eins und Unendlich.

³⁾ *Gini, C.*: Sull'Aumento di Mortalità causato dalla Guerra (Rivista Italiana di Sociologia, Bd. XX, September-Dezember 1916, S. 593—600).

⁴⁾ Der Nenner dieser Formel erinnert an eine bekannte Beziehung aus der Dispersionstheorie, denn ersetzt man R_1 durch das p — Symbol für die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens eines Ereignisses —, so wird der Nenner gleich $\sqrt{p (1 - p)}$.

Tabelle c.

Betriebe mit	Anzahl der Betriebe	Anzahl der Beschäftigten
1 Person	39 415	39 415
2— 3 Personen	34 502	81 728
4— 5 „	11 088	48 569
6— 10 „	7 101	52 020
11— 20 „	3 236	46 757
21— 50 „	2 445	77 029
51—100 „	1 002	69 831
101—200 „	529	73 339
über 200 „	368	180 260
insgesamt	99 686	668 948

Der Wert des Konzentrationsverhältnisses für diese Verteilung errechnet sich zu $R = 0,548$. Vergleichen wir die Werte $R_1 = 0,446$ (Gewerbebetriebe insgesamt nach Tabelle 7 des Kapitels 1) und $R_2 = 0,548$ (industrielle und handwerkliche Betriebe nach Tabelle c dieses Anhangs), so finden wir

$$D = + 0,113.$$

Die Konzentrationszunahme beträgt also rund 11 %.

Besteht nun eine Beziehung zwischen dem Konzentrationsindex und dem Konzentrationsverhältnis? Diese Frage ist in bejahendem Sinne zu beantworten. Zur Ableitung dieser Beziehung bedient man sich des *Paretoschen* Verteilungsmaßes als Zwischenglied. Wir wissen, daß bei *Paretoschen* Verteilungen zwischen dem Konzentrationsindex und dem *Paretoschen* Verteilungsmaß die Beziehung

$$\delta = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$$

gilt (Kapitel 1). Das Abhängigkeitsverhältnis zwischen dem *Paretoschen* Verteilungsmaß und dem Konzentrationsverhältnis wird — immer für *Paretosche* Verteilungen — nun durch die folgende Formel gekennzeichnet ⁵⁾:

$$R = \frac{1}{2\alpha - 1}$$

Aus diesen beiden Formeln läßt sich bei *Paretoschen* Verteilungen das Abhängigkeitsverhältnis zwischen dem Konzentrationsindex und dem Konzentrationsverhältnis ableiten ⁶⁾:

$$R' = \frac{\delta - 1}{\delta + 1} = 1 - \frac{2}{\delta + 1}.$$

⁵⁾ *Gini, C.*: Sulla Misura della Concentrazione e della Variabilità dei Caratteri (in: *Memorie di Metodologia Statistica*, Bd. 1, S. 402, Formel 29). In dieser Formel steht statt α der Wert $h - 1$.

⁶⁾ Wir finden diese Beziehung in den „*Memorie di Metodologia Statistica*“ auf Seite 403 als Formel 29 bis.

Diese ist jedoch nicht die einzige den Konzentrationsindex mit dem Konzentrationsverhältnis verkettenende Näherungsformel. Daneben ist noch folgende zu nennen ⁷⁾:

$$R'' = 1 - \frac{3}{2\delta} + \frac{7}{12\delta^2} - \frac{1}{12\delta^3},$$

welche ebenfalls nur für Verteilungen des *Paretoschen* Typus gilt.

Es interessiert uns nun, das Konzentrationsverhältnis aus dem Konzentrationsindex der Gewerbebetriebsverteilung in der Tabelle 7 des Kapitels 1 zu berechnen und mit dem direkt bestimmten Wert des Konzentrationsverhältnisses zu vergleichen. Auf Grund des dieser Verteilung entsprechenden Konzentrationsindex 4,7 errechnet sich das Konzentrationsverhältnis aus der ersten der beiden Beziehungen zu

$$R' = 0,649$$

und aus der zweiten Beziehung zu

$$R'' = 0,706.$$

Der richtige Wert ist — wie wir berechnet haben — $R = 0,446$. Die beiden Werte R' und R'' weichen, wie ersichtlich ist, von diesem Werte des Konzentrationsverhältnisses ab. Bestimmt man den Wert des Konzentrationsverhältnisses aus jenem des Konzentrationsindex, berechnet man also die Werte R' bzw. R'' , so sind diese Werte mit Vorsicht aufzunehmen, denn es handelt sich hier um Abhängigkeitsverhältnisse, die nur bei *Paretoschen* Verteilungen genau gelten, Verteilungen also, die in ihrer exakten Form in Wirklichkeit höchst selten anzutreffen sind. Die Streuung der Klassenkonzentrationsindizes um den Konzentrationsindex der Verteilung ist in der Regel zu groß. Die Beziehung für den Wert R'' stellt — abgesehen vom Wert Eins — die drei ersten Glieder einer alternierenden Reihe dar.

Es sei noch auf die Bedeutung hingewiesen, die einer Veränderung des Konzentrationsverhältnisses zukommt. Bekanntlich ist eine Zunahme des Konzentrationsindex beispielsweise vom Werte 2 auf den Wert 3 nicht gleichbedeutend einer Zunahme vom Werte 3 auf den Wert 4. Besteht, so fragen wir uns, diese Bedeutungsverschiedenheit auch beim Konzentrationsverhältnis? Zur Beantwortung dieser Frage setzen wir für den Wert p_i die Zahl $\frac{1}{2}$ ein. Wir wissen, daß bei Gleichverteilung ($R = 0$) der Wert q_i gleich dem Werte p_i , und daß bei maximaler Konzentration ($R \rightarrow 1$) der Wert q_i verschwindend klein wird. Die Verhältniszahl q_i wird also vom Werte $\frac{1}{2}$ bei Gleichverteilung auf einen sehr kleinen Wert bei maximaler Konzentration abnehmen. Um nun feststellen zu können, ob einer Zunahme des Konzentrationsverhältnisses beispielsweise vom Werte 0,1 auf den Wert 0,2 dieselbe Bedeutung beizumessen ist wie einer Erhöhung beispielsweise vom Werte 0,4 auf den Wert 0,5, wird es notwendig, die diesen Werten des Konzentrationsverhältnisses entsprechenden Zunahmen des Verhältnisses q_i

⁷⁾ Pizzetti, Ernesto: Relazione fra il Rapporto di Concentrazione e l'Indice di Concentrazione del Gini (Società Italiana di Statistica; Atti della Seconda Riunione Scientifica, Rom 1940, S. 16, Formel 11).

zu ermitteln. Ist die Zunahme dieser Verhältniszahl in beiden Fällen gleich, so zeigt uns dies, daß die Konzentrationszunahmen in beiden Fällen gleich groß sind. Aus der Formel

$$R_i = \frac{p_i - q_i}{p_i}$$

läßt sich leicht der Wert q_i als Funktion von R_i angeben:

$$q_i = p_i (1 - R_i).$$

Für p_i haben wir den Wert $\frac{1}{2}$ festgesetzt; dadurch wird

$$q_i = \frac{1 - R_i}{2}.$$

Setzen wir nunmehr für R_i die Werte 0,1 und 0,2 einerseits und 0,4 und 0,5 andererseits ein, so erhalten wir für q_i die Werte 0,45 und 0,40 sowie 0,30 und 0,25. Im ersten Falle entsprechen den 50 % aller Gewerbebetriebe ($p_i = 0,5$), die sich aus mittelgroßen und Großbetrieben zusammensetzen, 45 % der gesamten Beschäftigtenzahl ($R_i = 0,1$). Beim Wert $R_i = 0,2$ aber fallen auf dieses Gewerbebetriebsverhältnis 40 % aller Beschäftigten. Nimmt das Konzentrationsverhältnis weiter zu ($R_i = 0,4$ und $R_i = 0,5$), so nimmt dieser prozentuale Anteil von 30 % auf 25 % ab. In beiden Fällen verringert sich die Zahl q_i um 0,05 Einheiten, d. h. das Beschäftigtenverhältnis nimmt in beiden Fällen um 5 % ab. Die Konzentrationszunahme ist also für beide Fälle die gleiche⁸⁾. Ein weiterer Vorteil des Konzentrationsverhältnisses gegenüber dem Konzentrationsindex ergibt sich daraus, daß das Anwendungsgebiet jenes statistischen Parameters uneingeschränkt ist, während der Konzentrationsindex nur in solchen Fällen verwendet werden sollte, bei welchen das *Pareto*sche Gesetz erfüllt wird (Einkommensverteilungen)⁹⁾.

Endlich sei noch auf eine einfache Beziehung zwischen dem Konzentrationsverhältnis und der mittleren Differenz Δ ¹⁰⁾ hingewiesen¹¹⁾:

$$R = \frac{\Delta}{2A}$$

A = arithmetisches Mittel.

Diese Beziehung zeigt uns, daß das Konzentrationsverhältnis ein relatives Streuungsmaß darstellt. Daraus geht der enge Zusammenhang zwischen den Konzentrationsmaßen und den Streuungsmaßen deutlich hervor.

⁸⁾ Diese Feststellung kann aus der linearen Beziehung zwischen q_i und R_i direkt abgeleitet werden.

⁹⁾ „... abbiamo proposto un indice di concentrazione (detto rapporto di concentrazione) valido per tutti i caratteri, qualunque sia la loro distribuzione“ (*Gini, C.: Memoire di Metodologia Statistica*, Bd. 1, S. 407).

¹⁰⁾ *Gini, C.: Variabilità e Mutabilità* (Studi Economico-Giuridici pubblicati per Cura della Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Cagliari, Anno III, Parte 2^e, sowie in „Memorie ...“ (op. cit.), S. 189—358).

¹¹⁾ *Gini, C.: Memorie ...* (op. cit.), S. 395—397.

Anhang 4

Trendberechnung

Jahr	x_i	x_i^2	x_i^4	y_i	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1888	-27	729	531 441	4,84	-130,68	3 528,36
1889	-26	676	456 976	5,29	-137,54	3 576,04
1890	-25	625	390 625	5,40	-135,00	3 375,00
1891	-24	576	331 776	5,08	-121,92	2 926,08
1892	-23	529	279 841	3,94	-90,62	2 084,26
1893	-22	484	234 256	4,29	-94,38	2 076,36
1894	-21	441	194 481	3,91	-82,11	1 724,31
1895	-20	400	160 000	4,08	-81,60	1 632,00
1896	-19	361	130 321	4,47	-84,93	1 613,67
1897	-18	324	104 976	4,83	-86,94	1 564,92
1898	-17	289	83 521	4,35	-73,95	1 257,15
1899	-16	256	65 536	4,30	-68,80	1 100,80
1900	-15	225	50 625	4,40	-66,00	990,00
1901	-14	196	38 416	3,94	-55,16	772,24
1902	-13	169	28 516	3,67	-47,71	619,23
1903	-12	144	20 736	3,79	-45,48	545,76
1904	-11	121	14 641	3,94	-43,34	476,74
1905	-10	100	10 000	4,04	-40,40	404,00
1906	-9	81	6 561	4,04	-36,36	327,24
1907	-8	64	4 096	4,01	-32,08	256,64
1908	-7	49	2 401	3,70	-25,90	181,30
1909	-6	36	1 296	3,77	-22,62	135,72
1910	-5	25	625	3,74	-18,70	93,50
1911	-4	16	256	3,73	-14,92	59,68
1912	-3	9	81	3,97	-11,91	35,73
1913	-2	4	16	3,73	-7,46	14,92
1914	-1	1	1	3,59	-3,59	3,59
1915	0	0	0	3,16	0	0
1916	+ 1	1	1	3,40	+ 3,40	3,40
1917	2	4	16	4,08	8,16	16,32
1918	3	9	81	4,08	12,24	36,72
1919	4	16	256	3,13	12,52	50,08
1920	5	25	625	2,68	13,40	67,00
1921	6	36	1 296	2,38	14,28	85,68
1922	7	49	2 401	2,43	17,01	119,07
1923	8	64	4 096	2,66	21,28	170,24
1924	9	81	6 561	2,58	23,22	208,98
1925	10	100	10 000	2,66	26,60	266,00
1926	11	121	14 641	2,76	30,36	333,96
1927	12	144	20 736	2,87	34,44	413,28
1928	13	169	28 516	2,93	38,09	495,17
1929	14	196	38 416	2,65	37,10	519,40
1930	15	225	50 625	2,67	40,05	600,75
1931	16	256	65 536	2,43	38,88	622,08
1932	17	289	83 521	2,39	40,63	690,71
1933	18	324	104 976	2,27	40,86	735,48
1934	19	361	130 321	2,31	43,89	833,91

Jahr	x_i	x_i^2	x_i^4	y_i	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1935	20	400	160 000	2,26	45,20	904,00
1936	21	441	194 481	2,41	50,61	1 062,81
1937	22	484	234 256	2,42	53,24	1 171,28
1938	23	529	279 841	2,39	54,97	1 264,31
1939	24	576	331 776	2,33	55,92	1 342,08
1940	25	625	390 625	2,47	61,75	1 543,75
1941	26	676	456 976	2,41	62,66	1 629,16
1942	27	729	531 441	2,38	64,26	1 735,02
Summe:	0	13 860	6 284 034	189,43	-714,14	48 295,88

I. Berechnung des linearen Trends.

Trendgleichung:

$$y = a_0 + a_1 x$$

Normalgleichungen:

$$a) \quad a_0 n + a_1 \sum x_i = \sum y_i$$

$$b) \quad a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$$

$$n = 55$$

$$a) \quad 55 a_0 = 189,43$$

$$b) \quad 12 860 a_1 = -714,14$$

Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich die Parameter a_0 und a_1 bestimmen:

$$\underline{a_0 = + 3,44}$$

$$\underline{a_1 = - 0,05}$$

II. Berechnung des quadratischen Trends.

Trendgleichung:

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$$

Normalgleichungen:

$$a) \quad b_0 n + \quad + b_2 \sum x_i^2 = \sum y_i$$

$$b) \quad \quad b_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$$

$$c) \quad b_0 \sum x_i^2 + \quad + b_2 \sum x_i^4 = \sum x_i^2 y_i$$

$$n = 55$$

$$a) \quad 55 b_0 + \quad + 13 860 b_2 = 189,43$$

$$b) \quad \quad 13 860 b_1 = -714,14$$

$$c) \quad 13 860 b_0 + \quad + 6 284 034 b_2 = 48 295,88$$

Aus diesen drei Gleichungen errechnen sich die Parameter b_0 , b_1 und b_2 :

$$\underline{b_0 = + 3,25}$$

$$\underline{b_1 = - 0,05}$$

$$\underline{b_2 = + 0,0008}$$

Literatur- und Quellenverzeichnis

Zur Einleitung

1. *Gini, C.*: Indici di Concentrazione e di Dipendenza (in *Gini, C.*: Memorie di Metodologia Statistica, Bd. I: Variabilità e Concentrazione, Mailand 1939, S. 1—188).
2. Haushaltungsrechnungen von Familien unselbständig Erwerbender, 1936/1937 und 1937/1938 (Sonderheft 42 der „Volkswirtschaft“, herausgegeben vom Eidgenössischen Volkswirtschaftsdepartement, Bern 1942, S. 29).
3. *Risser, R., Traynard, C. E.*: Les Principes de la Statistique Mathématique (in: *Traité du Calcul des Probabilités et ses Applications*, par *Emile Borel*; Tome I: Les Principes de la Théorie des Probabilités, Fascicule IV, Paris 1933).

Zum ersten Kapitel

1. Censo de la Población de España, según el Empadronamiento hecho en la Península e Islas adyacentes y Posesiones del Norte y Costa Occidental de Africa (31 de Diciembre de 1930), Madrid 1932.
2. *Gini, C.*: Indici di Concentrazione e di Dipendenza (in: *Gini, C.*: Memorie di Metodologia Statistica, Bd. I: Variabilità e Concentrazione, Mailand 1939, S. 1—188).
3. *Czuber, E.*: Beitrag zur Theorie statistischer Reihen (Versicherungswissenschaftliche Mitteilungen, Neue Folge, Bd. 9, Heft 2, 1914).
4. Eidgenössische Krisenabgabe; Ergebnis der III. Periode 1938—1939 (Statistische Quellenwerke der Schweiz, Heft 98, herausgegeben vom Eidgenössischen Statistischen Amt, Bern).
5. *Furlan L. V.*: Neue Literatur zur Einkommensverteilung in Italien (Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, August 1911).
6. Geschäftsbericht der Schweizerischen Nationalbank, 1942.
7. Gewerbebetriebszählung vom 24. August 1939 (Statistische Quellenwerke der Schweiz, Heft 103, herausgegeben vom Eidgenössischen Statistischen Amt, Bern).
8. *Pareto, V.*: La Legge della Domanda (Giornale degli Economisti, Bd. 10, 1895).

9. *Pareto, V.*: La Courbe de la Répartition de la Richesse (Recueil publié par la Faculté de Droit de l'Université de Lausanne, 1896).
10. *Savorgnan, F.*: Intorno all'Approssimazione di alcuni Indici della Distribuzione dei Redditi (Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Bd. LXXIV, 2. Teil, 1915).
11. Statistische Jahrbücher des Kantons Basel-Stadt.
12. Statistische Jahrbücher der Schweiz.

Zum zweiten Kapitel

1. Bulletins de l'Institut International de Statistique (XXII. und XXIII. Sitzung).
2. *Fisher, Irving*: The Purchasing Power of Money. Its Determination and Relation to Credit, Interest and Crises, New York 1925.
3. *Gini, Corrado*: Indici di Concordanza (Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Bd. LXXIV, 1914/1915).
4. — Sul Criterio di Concordanza tra due Caratteri (Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Bd. LXXV, 1915/1916).
5. — Nuovi Contributi alla Teoria delle Relazioni Statistiche (Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Bd. LXXIV, 2. Teil, 1914/1915).
6. — Indici di Omofilia e di Rassomiglianza e loro Relazione col Coefficiente di Correlazione e con gli Indici di Attrazione (Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Bd. LXXIV, 1914/1915).
7. Jahresberichte der Basler Handelskammer.
Mitteilungen des Statistischen Amtes des Kantons Basel-Stadt, Nr. 41:
8. *Jenny, O. H.*: Die Entwicklung der direkten Hauptsteuern des Kantons Basel-Stadt 1904—1920 (Basel 1922).
Mitteilungen des Statistischen Amtes des Kantons Basel-Stadt, Nr. 3:
9. *Mangold, Fritz*: Basels Staatseinnahmen und Steuerverteilung 1888 bis 1903 (Basel 1905).
10. Monatsberichte des Schweizerischen Bankvereins.
11. Monatsberichte der Schweizerischen Nationalbank.
12. *Notz, E.*: Die säkulare Entwicklung der Kaufkraft des Geldes. Für Basel in den Perioden 1800—1833 und 1892—1923 dargestellt nebst internationalen Vergleichen (Dissertation Basel 1925).
13. *Salvemini, Tommaso*: Sugli Indici di Omofilia (Società Italiana di Statistica; Atti della Prima Riunione Scientifica, Pisa, 9 Ottobre 1939, S. 105—115).
14. Statistische Jahrbücher des Kantons Basel-Stadt.
15. *Thorp, W. L.*: Business Annals (Publications of the National Bureau of Economic Research, Incorporated, Nr. 8, New York 1926).

Curriculum vitae

Am 7. April 1919 wurde ich, Ernesto Pietro Billeter, als Sohn des Ernst Billeter, Kaufmann in Basel, und der Maria Billeter, geborene Massa, in Basel als Bürger dieser Stadt geboren. Hier besuchte ich die Primarschule und während sechs Jahren das Humanistische Gymnasium. Um meine Kenntnisse der französischen Sprache zu vervollkommen, weilte ich während eines Vierteljahres in Fribourg, wo ich Schüler des Collège St. Michel war. Nach meiner Rückkehr nach Basel bereitete ich mich während drei Semestern im Maturitätsinstitut Minerva auf die Eidgenössische Maturitätsprüfung (Typus B) vor, die ich dann am 30. März 1938 in Bern erfolgreich bestanden habe. Bis zum Herbst dieses Jahres erweiterte ich meine Mathematikkenntnisse, indem ich im gleichen Institut die Maturitätskurse (Typus C) in Infinitesimalrechnung und Darstellender Geometrie besuchte.

Am 25. Oktober 1938 immatrikulierte ich mich an der Philosophisch-Historischen Fakultät der Universität Basel, um Nationalökonomie zu studieren. Während eines Studienaufenthaltes in Rom im Jahre 1942 hatte ich Gelegenheit, mit Herrn Professor Gini in Rom persönlich in Verbindung zu treten, was mir bei der Ausarbeitung meiner Dissertation von Vorteil war. Während der Zeit vom 24. April 1944 bis zum 6. September 1944 war ich als Volontär beim Statistischen Amt des Kantons Basel-Stadt (Kantonsstatistiker Herr Dr. Walter Kull) tätig.

Während meiner Studienzeit hörte ich die Vorlesungen der Herren Professoren Furlan, unter dessen Leitung die vorliegende Dissertation entstanden ist, Mangold (†), Ritschl, Salin, Wagner; Buchner, Ostrowski; Germann, Haab (†), Lewald, Ruck, Simonius, Wackernagel; Gantner, Häberlin und Schmalenbach.

